

Rezolvare ecuatii cu diferente finite de ordinul I

Pas 1: se aduce ecuatiile la forma cea mai simpla:

$$X_t = aX_{t-1} + b$$

Pas 2: Solutia generala este: $X_t = Au^t + C$

Pas 3: Se gasesc constantele A, u si C astfel:

3.1: C este solutia ecuatiei care se obtine din $X_t = aX_{t-1} + b$ inlocuind X_t si X_{t-1} cu C: $C = aC + b \Rightarrow$

$$C = b/(1-a)$$

3.2: u este solutia ecuatiei care se obtine din $X_t = aX_{t-1} + b$ facand $X_t = u$, $X_{t-1} = 1$ si $b = 0 \Rightarrow$

$$u = a$$

3.3: A se obtine din faptul ca se da $X_0 \Rightarrow X_0 = A \cdot u^0 + b \Leftrightarrow X_0 = A + b \Rightarrow$

$$A = X_0 - b$$

Deci solutia generala este:

$$X_t = (X_0 - b) \cdot a^t + b/(1-a)$$

Rezolvare ecuatiei cu diferente finite de ordinul II

Pas 1: se aduce ecuatiea la forma cea mai simpla:

$$X_t + aX_{t-1} + bX_{t-2} = c$$

Pas 2: Solutia generala este:

$$X_t = A_1 * u_1^t + A_2 * u_2^t + C$$

Pas 3: Se gasesc constantele A_1 , A_2 , u_1 , u_2 si C astfel:

3.1: C este solutia ecuatiei care se obtine din $X_t + aX_{t-1} + bX_{t-2} = c$ inlocuind X_t , X_{t-1} si X_{t-2} cu C : $C + aC + bC = c \Rightarrow$

$$C = c / (1 + a + b)$$

3.2: u_1 si u_2 sunt solutiile ecuatiei de ordinul 2 care se obtine din $X_t + aX_{t-1} + bX_{t-2} = c$ facand $X_t = u^2$, $X_{t-1} = u$, $X_{t-2} = 1$ si $c = 0 \Rightarrow$

$$u^2 + au + b = 0$$

3.3: A_1 si A_2 se obtin din faptul ca se dau X_0 si $X_1 \Rightarrow$ sistemul de doua ecuatiei cu 2 necunoscute:

$$X_0 = A_1 * u_1^0 + A_2 * u_2^0 + C$$

$$X_1 = A_1 * u_1^1 + A_2 * u_2^1 + C$$

echivalent cu:

$$A_1 + A_2 = C - X_0$$

$$u_1 * A_1 + u_2 * A_2 = C - X_1$$