Ecuatia logistica:

x ′ = ax(b − x)

Solutie analitica: daca notam x(0)= ξ atunci



Metoda numerica (formula lui Euler):

Daca avem ecuatia diferentiala:

$$y^{'}\left(x\right)=\frac{dy}{dx}=f(x,y)$$

unde y este o functie de variabila x iar *f*(x,y) este o expresie oarecare in x si y, atunci putem folosi aproximarea:

y’(x) = $\frac{y\left(x+∆x\right)-y(x)}{∆x}$ , unde Δx este o valoare foarte mica pozitiva

Cu aceasta aproximare ecuatia diferentiala devine:

$\frac{y\left(x+∆x\right)-y(x)}{∆x} =f(x,y)$ => *y*(*x* + Δ*x*) = *y*(*x*)+Δ*x*\**f*(*x*,*y*)

Cu ajutorul careia putem calcula un sir de valori (xn,yn) pentru functia y daca stim o valoare initiala (x0­­­,y0) si adaugam la x0 succesiv valorile 1\* Δx, 2\* Δx, …. unde Δx e o valoare pozitiva foarte mica aleasa de noi (ex: Δx=0.001) folosind recurenta:

*yn*+1 = *yn* + Δ*x*\**f*(*xn*,*yn*)

Modelul logistic de creştere este dat de ecuaţia diferenţială:

$$\frac{dP}{dt}=rP\left(1-\frac{P}{K}\right)$$

unde:

* *P(t)* = populaţia la momentul *t.*
* *r* = rata de creştere.
* *K* = capacitatea de suport a mediului (populaţia maximă pe care mediul o poate susţine).

Pentru rezolvare folosim metoda numerica. In cazul cresterii logistice avem:

*y*=*P*

*x*=*t*

*f*(*t*,*P*)=$ rP\left(1-\frac{P}{K}\right)$

**Rezolvare in python:**

1. **Iniţializare**: Setăm parametrii modelului (rata de creştere r, capacitatea de suport K, populaţia iniţială P0) şi iniţializăm timpul (t0=0) pasul Δt si numarul de pasi N pentru simulare.
2. **Definire funcţie logistică** care descrie rata de schimbare a populaţiei în timp.
3. **Iterăm** pentru fiecare pas de timp, calculând pe baza **metodei Euler** noua populaţie bazată pe populaţia anterioară şi rata de creştere logistică.
4. **Desenam** evolutia populaţiei în funcţie de timp pentru a observa comportamentul creşterii logistice.

**Diagrama de flux este:**

P

Flux intrare

Pentru rezolvare putem folosi si un soft dedicate dinamicii de system \*Stella, PowerSim, Vensim, Anylogic etc) desenand diagram de mai sus.