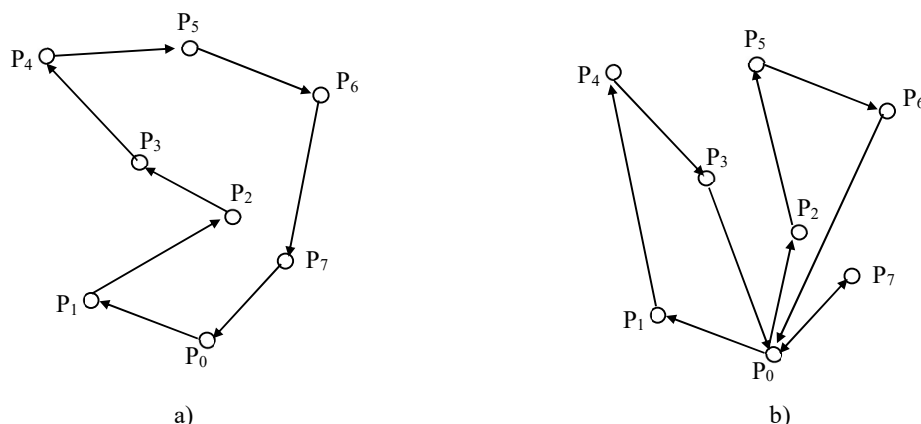


Problema stabilirii traseelor de transport

Într-o formă simplificată, problema stabilirii traseelor de transport (pe scurt problema STT) se enunță astfel:

O firmă urmează să livreze un produs mai multor clienți $P_1, P_2, \dots, P_n$ în cantitățile $q_1, q_2, \dots, q_n$. Livrările se fac de la un depozit al firmei, notat P_0 , folosindu-se pentru aceasta un parc de mijloace de transport de diferite capacități. Fie $T_1, T_2, \dots, T_m$ tipurile acestor vehicule diferențiate atât prin capacitățile lor $c_1, c_2, \dots, c_m$ cât și prin numărul $s_1, s_2, \dots, s_m$ de unități disponibile pentru efectuarea transporturilor. Prin contract, cererea fiecărui client trebuie onorată la un singur transport. Fiecare vehicol inclus în programul de livrări pleacă de la depozitul P_0 încărcat sau nu la capacitatea maximă, vizitează succesiv un număr de clienți și după ce se golește se întoarce la depozit pentru o eventuală nouă încărcare și trimitere pe teren. În acest context, se pune problema de a stabili traseele de vizitare ale clienților precum și tipul și numărul de mijloace de transport necesare satisfacerii tuturor cererilor astfel încât distanța totală parcursă să fie minimă.

Problema STT este una din cele mai complexe probleme de optimizare combinatorială. Ea este o generalizare a problemei comisvoiajorului; Într-adevăr, dacă ar exista un singur mijloc de transport a cărui capacitate acoperă suma tuturor cererilor clienților atunci STT se reduce la determinarea ordinii în care clienții sunt vizitați astfel încât distanța totală parcursă să fie minimă (vezi fig. 6.1)



a) Cu un singur vehicol de capacitate "infinită" este suficient un singur traseu. Problema de optimizare constă în a găsi traseul de lungime minimă!

b) Cu mijloace de transport de capacități "mici" sunt necesare mai multe trasee. Problema este de găsi aceste trasee astfel încât suma lungimilor lor să fie minimă!

Figura 6.1

Au fost propuse un număr de metode exacte de rezolvare a problemei STT dar eficacitatea lor - pe probleme reale, de dimensiuni mari - este destul de redusă. Mult mai atractive s-au dovedit metodele euristice, capabile să ofere în timp util și cu un efort de calcul rezonabil soluții acceptabile. Un exemplu de metodă de rezolvare aproximativă este procedura **Clarke - Wright** [], descrisă succint în continuare.

1) La început se consideră că fiecare client este aprovizionat direct de la depozit cu un mijloc de transport special detașat să facă acest lucru. (vezi fig. 6.2)

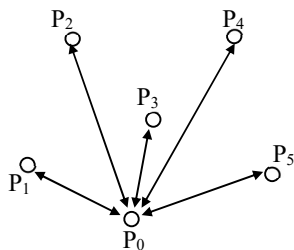


Figura 6.2

Vor fi atâtea trasee câți clienți există. Distanța totală de parcurs va fi:

$$D = 2(d_1 + d_2 + \dots + d_n)$$

unde d_i este distanța de la depozitul P_0 la clientul P_i

2) În continuare se încearcă **concatenarea** acestor trasee în scopul reducerii distanței totale. Să examinăm fig 6.3a):

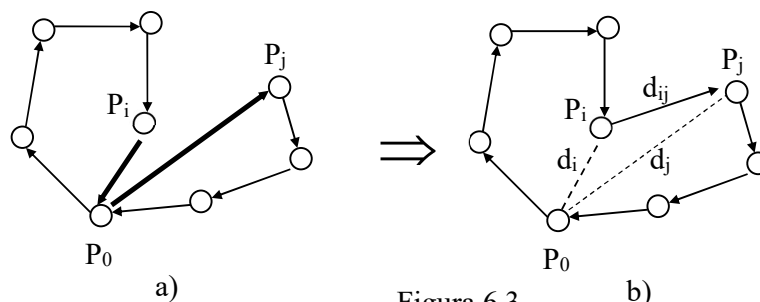


Figura 6.3

în care apar două trasee de lungimi D , D' . În fiecare traseu s-au pus în evidență doi clienți P_i , P_j **vecini** cu depozitul P_0 (relativ la un traseu dat un client se va numi vecin cu P_0 dacă el este fie primul fie ultimul client vizitat; doi clienți se vor zice vecini dacă în traseul dat ei sunt vizitați consecutiv) Concatenarea este ilustrată în fig. 5.3b). Din figură se vede că lungimea traseului rezultat este egală cu:

$$(D - d_i) + d_{ij} + (D' - d_j) = D + D' - (d_i + d_j - d_{ij}) = D + D' - s_{ij} \quad (6.1)$$

unde:

$$s_{ij} = d_i + d_j - d_{ij}$$

d_{ij} fiind distanța dintre P_i și P_j . Mărimile s_{ij} , $1 \leq i \neq j \leq n$ se numesc generic **reduceri**. Este evident că:

$$s_{ij} \geq 0 \quad \text{și} \quad s_{ij} = s_{ji}$$

Din (6.1) rezultă atunci că, prin concatenarea a două trasee distanța totală parcursă **se micșorează**.

3) Revenind la fig 6.3a) fie Q și Q' totalurile cererilor clienților de pe cele două trasee. Cum fiecare traseu este deservit de un singur mijloc de transport este clar că pe cele două trasee sunt fixate două vehicule ale căror capacități de transport - eventual diferite - acoperă cantitățile Q și Q' . Pe traseul din fig. 6.3b) va trebui transportată cantitatea $Q + Q'$ și aceasta de către un singur vehicul! În concluzie concatenarea celor două trasee este admisibilă numai dacă se dispune de un mijloc de transport a cărui capacitate acoperă sumă $Q + Q'$.

4) Deoarece la un moment dat pot exista mai multe concatenări admisibile, are prioritate aceea care produce cea mai mare reducere a distanței totale de parcurs.

5) Procesul se oprește în momentul în care nu mai există concatenări admisibile.

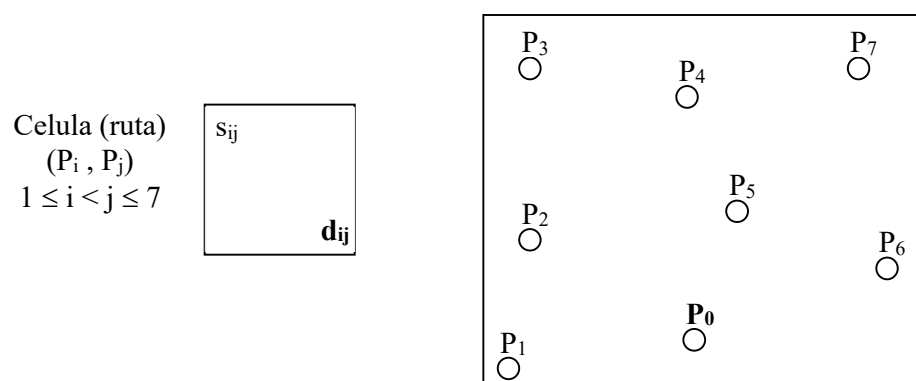


Figura 6.4

Exemplu 6.1 Se consideră rețeaua din fig. 6.4. Cantitățile comandate q_i , distanțele d_i de la depozitul P_0 la clienții P_i distanțele d_{ij} dintre clienți și reducerile $s_{ij} = d_i + d_j - d_{ij}$ sunt indicate în tabelul 6.1. Firma are disponibile numai vehicule cu capacitatea de 6000 unități.

Client P_i	Cerere q_i	Distanța $d_i: P_0 - P_i$	Trasee	Cant. circulată pe un traseu	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
P_1	1100	316	1 ← →	1100	*	316 224	247 608	88 640	1 539	0 632	50 849
P_2	1300	224	2 ← →	1300		*	363 400	212 424	48 400	40 500	167 640
P_3	1200	539	3 ← →	1200			*	635 316	197 566	215 640	622 500
P_4	1200	412	4 ← →	1200				*	320 316	367 361	771 224
P_5	1900	224	5 ← →	1900					*	440 100	395 412
P_6	1800	316	6 ← →	1800						*	499 400
P_7	1700	583	7 ← →	1700							*

Tabelul 6.1

La start se presupune că fiecare client P_i este servit de un singur mijloc de transport care face traseul $P_0 \rightarrow P_i \rightarrow P_0$; vor fi deci șapte trasee însumând $2(d_1 + d_2 + \dots + d_7) = 5228$ km și implicând șapte vehicule (a căror capacitate este folosită parțial...)

Iterația 1 Cea mai mare reducere este $s_{47} = 771$. Concatenăm traseele $P_0 \rightarrow P_4 \rightarrow P_0$ și $P_0 \rightarrow P_7 \rightarrow P_0$ în traseul $P_0 \rightarrow P_4 \rightarrow P_7 \rightarrow P_0$ obținând o reducere a distanței totale de 771 km. Pe acest traseu va circula un singur mijloc de transport cu încărcătura inițială de $1200 + 1700 = 2900$ u. Rămân șase trasee însumând $5228 - 771 = 4457$ km. Vezi tabelul 6.2

Iterația 2 Cea mai mare reducere admisibilă - pusă în evidență și în tabelul 6.2 - este $s_{34} = 635$. Concatenăm traseele $P_0 \rightarrow P_3 \rightarrow P_0$ și $P_0 \rightarrow P_4 \rightarrow P_7 \rightarrow P_0$ în traseul $P_0 \rightarrow P_3 \rightarrow P_4 \rightarrow P_7 \rightarrow P_0$ pe care se va transporta $2900 + 1200 = 4100$ u. Numărul de trasee (și implicit de vehicule folosite) s-a redus la cinci însumând $4457 - 635 = 3822$ km. Rezultă situația din tabelul 6.3

Cant. circulată pe un traseu	Clienți	Trasee	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
1100	1	(1)→ ←							
1300	2	(2)→ ←							
1200	3	(3)→ ←				635			
2900	4	(4)→							771
1900	5	(5)→ ←							
1800	6	(6)→ ←							
-	7	←							

Tabelul 6.2

Cant. circulată pe un traseu	Clienți	Trasee	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
1100	1	(1)→ ←							
1300	2	(2)→ ←							
4100	3	(3)→				635			
-	4								771
1900	5	(4)→ ←							
1800	6	(5)→ ←							499
-	7	←							

Tabelul 6.3

Iterația 3 Următoarea reducere (ca mărime) este $s_{37} = 622$ ea se exclude deoarece P_3 și P_7 sunt deja pe același traseu. Reducerea care va fi luată în considerare este $s_{67} = 499$ (indicată și în tabelul 6.3) Se vor concatena traseele $P_0 \rightarrow P_3 \rightarrow P_0$ și $P_0 \rightarrow P_3 \rightarrow P_4 \rightarrow P_7 \rightarrow P_0$ în traseul $P_0 \rightarrow P_3 \rightarrow P_4 \rightarrow P_7 \rightarrow P_6 \rightarrow P_0$ dealungul căruia se va livra cantitatea $4100 + 1800 = 5900$ u. (< 6000 u. $\equiv$ capacitatea unui vehicul) Au rămas patru trasee însumând $3822 - 499 = 3323$ km și se utilizează patru mijloace de transport, unul fiind încărcat aproape la capacitatea maximă. Vezi tabelul 6.4

Iterația 4 Cea mai mare reducere admisibilă este acum $s_{12} = 316$. Se vor concatena traseele $P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_0$ și $P_0 \rightarrow P_2 \rightarrow P_0$ într-unul singur pe care se va transporta cantitatea $1100 + 1300 = 2400$ u. Acum sunt numai trei trasee și trei vehicule iar distanța totală s-a redus la $3323 - 316 = 3007$ km. Noua situație este rezumată în tabelul 6.5

Iterația 5 Următoarea reducere admisibilă este $s_{25} = 48$. Concatenăm traseele $P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_0$ și $P_0 \rightarrow P_5 \rightarrow P_0$ în traseul $P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_5 \rightarrow P_0$ pe care se va livra cantitatea $2400 + 1900 = 4300$ u. Au rămas două trasee fiecare deservit de un vehicul. Distanța totală de parcurs va fi: $3007 - 48 = 2959$ km. Este clar că cele două trasee numai pot fi concatenate din cauza capacității limitate de transport a vehiculelor. Vezi tabelul 6.6 Cele două trasee sunt vizualizate în fig.6.5

Cant. circulată pe un traseu	Clienți	Trasee	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
1100	1	(1)→ ←		316					
1300	2	(2)→ ←							
5900	3	(3)→				635			
-	4								771
1900	5	(4)→ ←							
-	6	←							499
-	7								

Tabelul 6.4

Cant. circulată pe un traseu	Clienți	Trasee	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
2400	1	(1)→		316					
-	2	←					48		
5900	3	(3)→				635			
-	4								771
1900	5	(4)→ ←							
-	6	←							499
-	7								

Tabelul 6.5

Cant. circulată pe un traseu	Clienți	Trasee	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
4300	1	(1)→		316					
-	2						48		
5900	3	(3)→				635			
-	4								771
	5	←							
-	6	←							499
-	7								

Tabelul 6.6

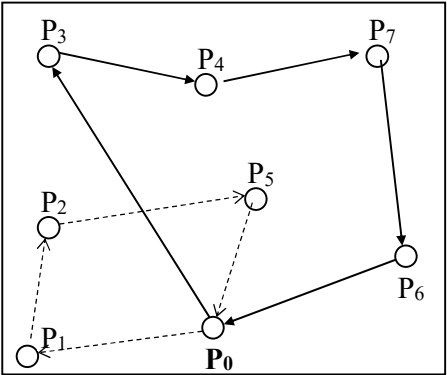


Figura 6.5