

Modelul (F.Ghoulmie, R. Cont, J. P. Nadal, 2005) bazat pentru agenți în economie.

Modelul bazat pe agenți prezentat în continuare descrie o piață de capital pe care se tranzacționează un singur activ (acțiune), al cărui preț este p_t , numărul de agenți care participă la tranzacții fiind N . Tranzacțiile se efectuează la momentele de timp discrete $t=0,1,2,\dots$ care reprezintă "zile de tranzacționare". În fiecare perioadă, toți agenții primesc noutăți publice despre performanțele activului tranzacționat și, utilizând criterii subiective, apreciază dacă aceste noutăți sunt semnificative. Dacă noutățile primite sunt apreciate ca fiind semnificative de către agent, atunci acesta plasează ordine de cumpărare sau de vânzare, depinzând de faptul că noutățile primite sunt optimiste sau, respectiv, pesimiste. Prețurile p_t cresc sau scad în funcție de mărimea cererii în exces.

a) Regulile de tranzacționare pe piață

În fiecare perioadă de tranzacționare, agenții pot trimite ordine de cumpărare sau de vânzare pe piață pentru o unitate de activ. Notăm cu $\varphi_i(t)$ cererea de activ a agentului i și avem $\varphi_i(t) = 1$ pentru un ordin de cumpărare și $\varphi_i(t) = -1$ pentru un ordin de vânzare. Pentru valoarea $\varphi_i(t) = 0$ se consideră că agentul este inactiv în perioada t .

Fluxul de noi informații primit de agenți este modelat ca un șir de variabile aleatoare cu distribuția Gaussiană (ε_t , $t = 0,1,2,\dots$) cu $\varepsilon_t \sim N(0,D^2)$. ε_t poate fi interpretată ca valoarea unui semnal comun primit de toți agenții la momentul t . Semnalul ε_t reprezintă o prognoză asupra unui venit viitor r_t și fiecare agent trebuie să decidă dacă informația primită prin intermediul lui ε_t este semnificativă, caz în care el va plasa ordinul de vânzare sau de cumpărare în acord cu semnificația lui ε_t .

Regula de tranzacționare a fiecărui agent $i = 1,2,\dots,N$ este dată de un prag decizional (variabil în timp) $\theta_i(t)$. Pragul $\theta_i(t)$ poate fi considerat ca reprezentând viziunea agenților asupra volatilității de pe piață. Comparând semnalul cu pragul decizional, agenții decid dacă noutățile sunt suficient de semnificative pentru a genera o tranzacție ($|\varepsilon_t| > \theta_i(t)$),

$$\begin{cases} \text{daca } \varepsilon_t > \theta_i, \varphi_i = 1 \\ \text{daca } \varepsilon_t < -\theta_i, \varphi_i = -1 \\ \text{altfel } \varphi_i = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Regula de tranzacționare poate fi privită ca o sinteză a comportamentului de prag al agentului; fără suficiente stimulente din exterior, un agent rămâne inactiv și dacă

semnalul extern este peste un anumit prag, agentul va reacționa. Cererea corespunzătoare generată de agent este atunci dată de:

$$\varphi_i(t) = 1_{\varepsilon_t > \theta_i} - 1_{\varepsilon_t < -\theta_i} \quad (2)$$

b) Răspunsul prețului la cererea agregată.

Cererea agregată în exces este:

$$Z_t = \sum_i \varphi_i(t) \quad (3)$$

Când Z_t nu este zero, are loc o schimbare în preț și venitul rezultat (în formă logaritmică) este dat de:

$$r_t = \ln \frac{p_t}{p_{t-1}} = g\left(\frac{Z_t}{N}\right) \quad (4)$$

unde funcția de impact asupra prețului $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este crescătoare de argumentul său cu $g(0)=0$. Definim adâncimea pieței λ (normalizată) prin:

$$g'(0) = 1/\lambda \quad (5)$$

Adâncimea pieței (market by price) reprezintă densitatea medie a numărului de ordine de vânzare și de cumpărare existente pe bursă, pentru un anumit activ. Aceasta asimilează variațiile de preț asociate executării tranzacțiilor și reprezintă, de asemenea, un factor important de explicare a lichidității unei piețe.

În timp ce o mare parte din analiza de mai jos se face pentru o funcție de impact a prețului generală, în unele cazuri este util să se considere cazul liniar, $g(z) = z/\lambda$.

c) Adaptarea strategiei.

Cum s-a arătat mai sus, pragul $\theta_i(t)$ reprezintă viziunea agentului i asupra volatilității recente a pieței: aceste praguri sunt adaptate de agenți din timp în timp pentru a reflecta amplitudinea veniturilor recente obținute. Inițial, începem de la o distribuție a populației de praguri F_0 : $\theta_i(0), i = 1, 2, \dots, N$ sunt variabile pozitive IID distribuite din F_0 .

Actualizarea strategiilor este asincronă: la fiecare moment de timp, orice agent i are o probabilitate s de adaptare a pragului său $\theta_i(0)$. Deci, pentru o populație mare de agenți, s reprezintă proporția de agenți care își actualizează viziunile lor într-o anumită perioadă; $1/s$ reprezintă perioada de timp medie în care un agent păstrează o viziune asupra pieței $\theta_i(t)$. Dacă perioadele sunt considerate zile, s este de regulă un număr mic, $s \cong 10^{-1} - 10^{-3}$.

Când un agent își actualizează pragul său, el stabilește ca acesta să fie egal cu venitul absolut observat cel mai recent, care este un indicator al volatilității recente a pieței

$$|r_t| = \left| \ln \frac{p_t}{p_{t-1}} \right|.$$

Introducând variabilele aleatoare $u_i(t), i = 1, 2, \dots, N, t \geq 0$ uniform distribuite pe $[0, 1]$, care indică dacă agentul i își adaptează pragul sau nu, putem scrie că regula de adaptare este următoarea:

$$\theta_i(t) = 1_{u_i(t) < s} |r_t| + 1_{u_i(t) \geq s} \theta_i(t-1). \quad (6)$$

Dacă ε_t reprezintă stohasticitatea introdusă de noutățile sosite pe piață, variabilele aleatoare $u_i(t)$ reprezintă surse idiosincratice de stohasticitate. Acest mod de actualizare poate fi privit ca o versiune stilizată a diferiților estimatori ai volatilității bazați pe medii mobile sau venituri pătrate.

Schema de actualizare asincronă propusă aici evită introducerea unor agenți artificiali care să efectueze modificările de praguri ale celorlalți agenți ce fac tranzacții. Chiar dacă se începe cu o populație inițială omogenă $\theta_i(0) = \theta_0$, eterogenitatea agenților se mărește pe măsură ce are loc procesul de adaptare. În acest sens, eterogenitatea strategiilor agenților în model evoluează într-o manieră aleatoare.

d) Modelul

Să sintetizăm acum modelul bazat pe agenți pe care l-am introdus.

- 1) Agenții de pe piață primesc un semnal $\varepsilon_t \sim N(0, D^2)$;
- 2) Fiecare agent i compară semnalul primit cu pragul său $\theta_i(t)$;
- 3) Dacă $|\varepsilon_t| > \theta_i(t)$ agenții consideră semnalul ca fiind semnificativ și generează o comandă $\varphi_i(t)$ conform relației (1);

4) Prețul de piață este afectat de cererea în exces și se modifică conform relației (4);

5) Fiecare agent adaptează, cu probabilitatea s , pragul său conform relației (6).

Modelul are o serie de caracteristici, dintre care cele mai importante sunt următoarele:

i) Prețurile se modifică drept urmare a fluctuațiilor cererii și ofertei. În particular, nu putem distinge între agenți fundamentalisti și cartiști.

ii) Nu există asimetrie informațională: aceeași informație este disponibilă pentru toți agenții. Agenții diferă prin modul în care procesează informația.

iii) Absența interacțiunii sociale dintre agenți: agenții interacționează indirect prin intermediul prețului, ca în modelele Walrasiene standard. Nu se introduce nici o interacțiune socială între agenți. În particular, nu se introduce nici localizarea, laticea sau structura de graf în mulțimea de agenți.

iv) Eterogenitatea endogenă: regulile de comportament ale agenților sunt introduse endogen printr-o schemă de adaptare asincronă.

Parametrii modelului sunt: s care descrie frecvența medie a adaptărilor, D care reprezintă abaterea standard a procesului de sosire a noutăților și λ care este adâncimea pieței. Mai mult, dacă se consideră că pasul modelului este ziua de tranzacționare, atunci se poate reduce acest număr de parametri.

Modelul generează serii de date privind veniturile obținute de agenți din tranzacțiile efectuate pe piață care au dinamici interesante și proprietăți similare cu cele observate în cazul seriilor dinamice reale.

e) Simulare numerică a modelului.

Modelele bazate pe agenți sunt rezolvate, în general, prin simulare. Acest lucru presupune alocarea de valori parametrilor identificați ai modelului și, utilizând o procedură de simulare, urmărirea comportamentului agenților în timp pentru valorile alocate ale parametrilor. Simularea identifică deci proprietățile de bază ale modelului și indică valorile parametrilor care sunt potriviți cu datele empirice privind veniturile activelor de pe piață.

Pentru modelul de mai sus, starea sistemului la fiecare moment de timp (ziua de tranzacționare) este descrisă de un vector $\theta_i(0), i=1,2,\dots,N$ de valori ale pragurilor. Pragurile $\theta_i(0)$ sunt inițializate prin deducerea lor dintr-o distribuție de probabilitate F_0 cunoscută datorită observațiilor efectuate anterior. Simularea este gândită ca un proces iterativ, fiecare iterație repetând pașii 1) – 5) descriși mai sus. Deși modelul permite

utilizarea unei funcții generale de impact a prețurilor, în absența unei forme parametrice motivate empiric, avem posibilitatea de a alege o funcție liniară $g(z) = z/\lambda$. Această alegere poate fi interpretată ca o liniarizare a unei funcții mai generale g , adevărată în cazul unor valori mici ale cererii în exces sau pentru piețe cu o adâncime a pieței mare.

Metoda de simulare aleasă în cazul modelului descris este de tip Monte Carlo, în care așteptările, momentele și distribuțiile cantităților de venit sunt calculate ca medii ale unor iterații de simulare independente. Totuși, pentru compararea directă cu faptele empirice stilizate, vom considera că doar o singură traiectorie a prețurilor obținută prin simulare este disponibilă și vom calcula momentele (necondiționate) ale acestei traiectorii. Vom adopta în continuare următoarea regulă: după simularea unei traiectorii a prețului p_t pentru $T = 10^4$ perioade, vom calcula următoarele cantități:

- $r_t = \ln(p_t / p_{t-1}), t = 1, 2, \dots, T$
- histograma veniturilor, care este un estimator al distribuției necondiționate a acestora;
- un estimator de tip medie mobilă al abaterilor standard ale veniturilor:

$$\hat{\sigma}^2(t) = 250 \left[\frac{1}{T} \sum_{i=t-T+1}^t |r_i|^2 - \left(\frac{1}{T} \sum_{i=t-T+1}^t r_i \right)^2 \right] \quad (7)$$

Această cantitate este un indicator frecvent utilizat pentru „volatilitate” pe care îl vom analiza înmulțindu-l cu 250 care sunt zilele de tranzacționare.

- funcția de autocorelație a veniturilor eșantionate $C_r(\tau)$:
- funcția de autocorelație a veniturilor absolute $C_{|r|}(\tau)$:

Simularea modelului necesită specificarea parametrilor s , D , λ , a numărului de agenți N și a distribuției inițiale a pragurilor.

Prin aplicarea procedurii de simulare se obțin evoluțiile principalelor variabile ale modelului: prețul activului pe piață, venitul investitorilor, volatilitatea pieței etc.