

Aplicații

Problema 1.

Se consideră un joc cu doi jucători (jucătorul **Principal** și Jucătorul 2, **Agent**) în informație incompletă descris astfel: cei doi jucători pot avea o relație contractuală din care să rezulte derularea unei înțelegeri. Funcția de câștig a Principalului este: $B(x, w) = x - w$, iar funcția de câștig a Agentului este $U(w, e) = \sqrt{w} - e^2$, unde w reprezintă câștigul brut al Agentului, e reprezintă efortul Agentului pentru desfășurarea activității (care diminuează satisfacția câștigului) iar x reprezintă câștigul brut al Principalului din relația cu Agentul. Câștigul Principalului este o variabilă aleatoare care depinde de trei stări ale Naturii (A,B,C) (echiprobabile) și de nivelul efortului Agentului. Nivelul efortului Agentului este o variabilă discretă, care poate înregistra doar două valori, respectiv $e = 6$ sau $e = 4$. În tabelul 1. sunt prezentate câștigurile posibile în raport cu stările naturii și cu nivelele de efort ale Agentului. Agentul are un nivel de câștig net minim de 114 unități monetare, nivel sub care refuză orice contract oferit de Principal.

Tabelul 1.

		Mii unități monetare		
		Stări ale naturii		
		A	B	C
e = 6		60	60	30
e = 4		30	60	30
		$p_A = 1/3$	$p_B = 1/3$	$p_C = 1/3$

Se cere:

- Analizați funcțiile de câștig ale Principalului (P) și Agentului (A) și descrieți comportamentul față de risc.
- Determinați soluția jocului în informație completă (w, e), B , U .
- determinați soluția jocului în informație incompletă, respectiv în cazul în care Principalul nu cunoaște nivelul de efort depus de Agent.

Rezolvare.

Problema 2.

Se consideră un Patron care dorește să angajeze un muncitor despre care știe doar că poate fi de două tipuri, H (harnic) sau L (leneș). Tipurile muncitorului sunt descrise de disutilitatea efortului depus de fiecare, respectiv pentru tipul 1 disutilitatea este descrisă prin $\psi_1(e) = e^2$ (pentru H), iar pentru cel de-al doilea, $\psi_2(e) = 2 \cdot e^2$ (pentru L), cu e – nivelul efortului depus de muncitor. Funcțiile de câștig ale celor doi muncitori sunt descrise prin: $U^i(w, e) = w - \psi_i(e)$, cu $i = H, L$, iar w – nivelul salariului acordat de Patron. Patronul presupune că probabilitatea de a întâlni tipul H este q . Nivelul minim pentru care ambele tipuri de muncitori acceptă să lucreze este $U = 0$. Câștigul brut al Patronului în urma muncii depuse de muncitori este $U^P(e) = k e$, unde k este o constantă pozitivă, cunoscută. Câștinul net al acestuia va fi $\Pi(e, w) = U^P(e) - w = k e - w$.

Se cere:

- a) formulați problema matematică (jocul static) și determinați soluțiile acesteia în condiții de informație completă (salariu, efort).
- b) formulați problema în cazul jocului static în informație incompletă (subliniind selecția adversă) și determinați soluțiile acesteia. Comparați cele două soluții (în informație completă și respectiv incompletă).
- c) Caz particular: dacă $k = 1$ iar $q = \frac{1}{2}$ determinați soluțiile în informație completă și incompletă.

Problema 3.

Se consideră un Guvern care este neutru față de risc și care dorește să implementeze o politică de subvenționare a firmelor care participă la eliminarea poluării. Fie e nivelul de poluare ce se dorește a fi eliminat. Costul determinat de eliminarea nivelului poluării dat de e este $C = c e$, unde c este un parametru ce depinde de tipul firmei și care ia valori în intervalul $[1,2]$. Politică guvernului este aceea de a transfera suma t către firmă dacă aceasta reușește să diminueze poluarea cu nivelul e . Firma acceptă contractul propus doar dacă suma primită îi acoperă costurile. Firmele sunt neutre la risc și funcția de câștig este $U(t, e) = t - c e^2$. Guvernul estimează că beneficiul social al eliminării poluării la $2e$. Faptul că se plătește suma t către firmă este costisitor pentru Guvern, iar nivelul acestui cost este $r t$. Astfel, funcția de câștig a Guvernului va fi $B(e, t) = 2 e - r t$.

Se cere:

- a) să se formuleze modelul matematic al problemei în informație completă (c este cunoscut).
- b) Să se determine soluția problemei în informație completă.
- c) Formulați problema în informație incompletă (c necunoscut, variabilă aleatoare continuă, cu c distribuit uniform în intervalul $[1,2]$).

Problema 4.

Se consideră o economie în care există posibilitatea corupției în care se cunosc următoarele date:

Funcția de cerere inversă pentru produsul fabricat este $P(q) = 10 - 2q$, $S(q) = 20 - q$, iar costul unitar este $c = 1$, funcția ce indică disutilitatea efortului este $\psi(e) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{e^3}$, parametru de eficiență al firmelor este discret și poate lua 2 valori, respectiv $\beta \in \{1, 4\}$, probabilitatea de a se întâlni tipul eficient este $\nu = 0,4$, costul umbră al fondurilor publice este $\lambda = 0,25$, costul umbră al mitei este $\lambda_f = 0,2$, nivelul alocației bugetare pentru Agenție este $s = 1$, iar suma maximă destinată cercetărilor este $E = 1$.

Se cere:

- a) Să se determine echilibrul în informație completă, în raport cu mecanismul costului marginal, respectiv al costului mediu.
- b) Să se determine echilibrul în informație incompletă în raport cu cele două mecanisme.