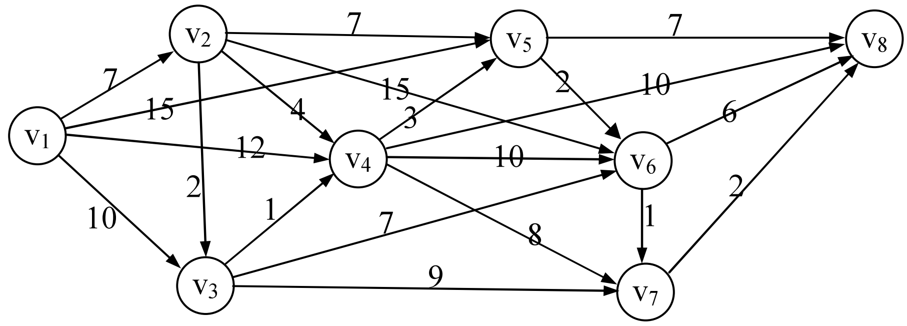
TEORIA GRAFURILOR

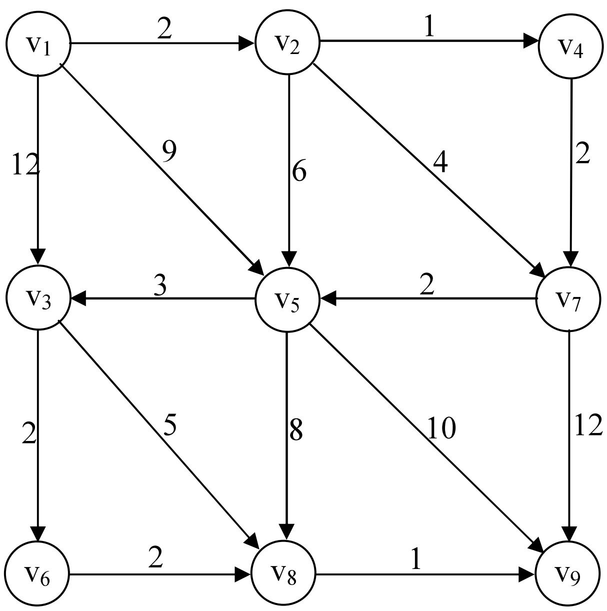
1. DRUMURI DE VALOARE OPTIMĂ

Problema 1. Se dă graful de mai jos.



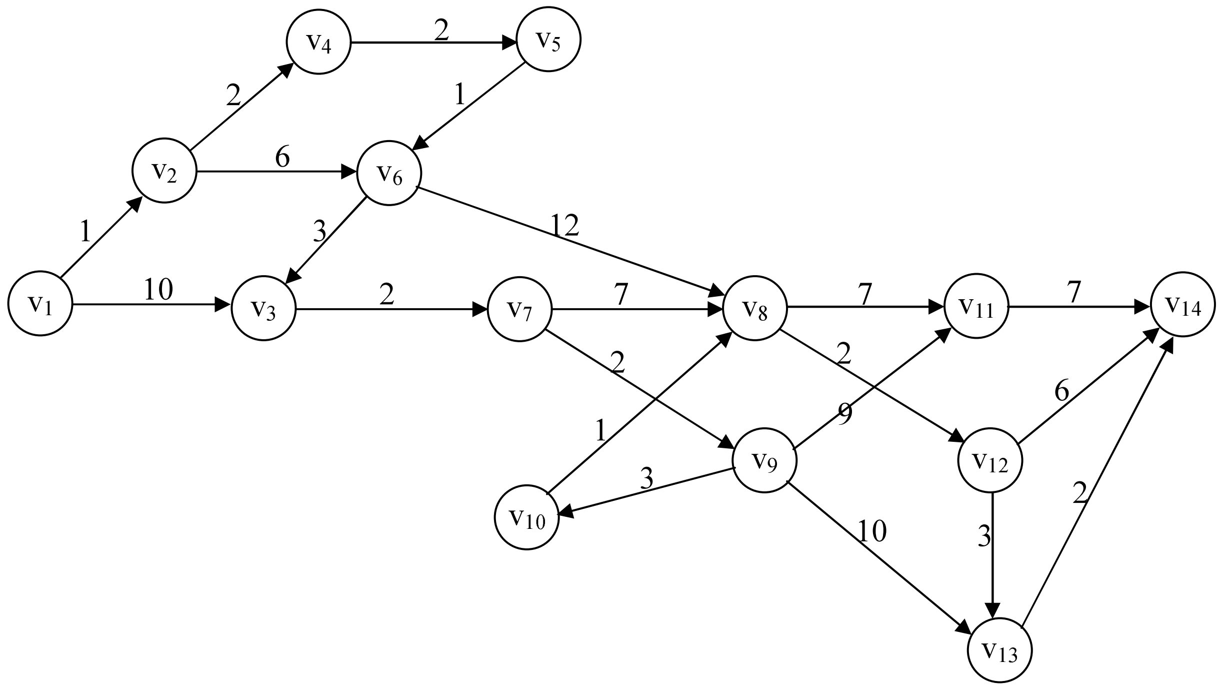
a. Să se găsească drumul de valoare minimă de la vârful v_1 la vârful v_8;
b. Să se verifice dacă graful are circuite;
c. Există drum de valoare maximă? Dacă da, care este valoarea acestuia?

Problema 2. Se dă graful de mai jos.



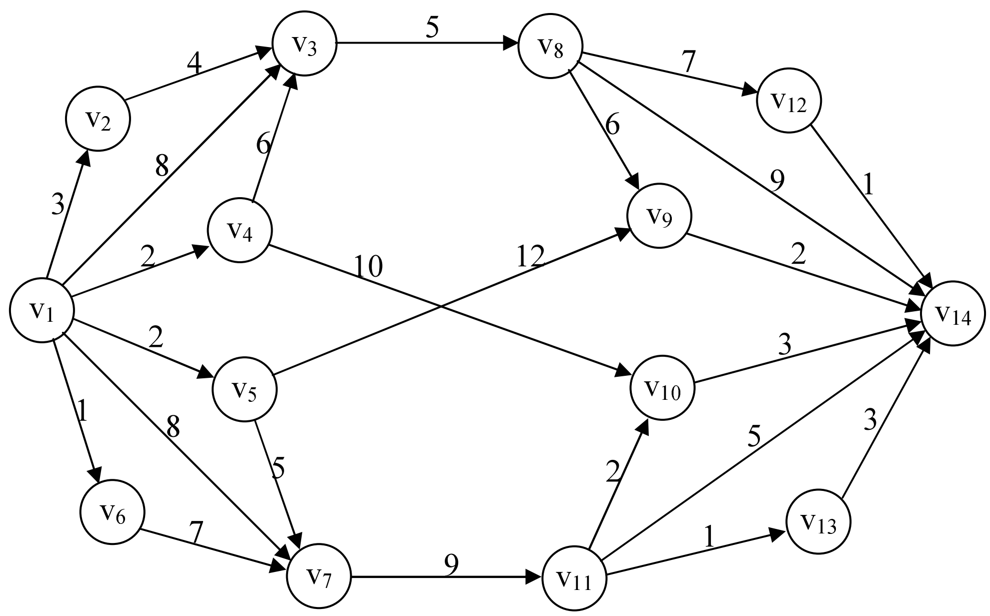
a. Să se găsească drumul de valoare minimă de la vârful v_1 la vârful v_9;
b. Să se verifice dacă graful are circuite;
c. Există drum de valoare maximă? Dacă da, care este valoarea acestuia?
d. Rezolvaţi punctul a) cu algoritmul lui Ford simplificat apoi cu algoritmul lui Dijkstra şi comparaţi-le după efortul de calcul.
e. Aceeaşi întrebare de la punctul d), dacă valoarea arcului (v_1,v_5) ar fi 1 şi a arcului (v_5,v_9) ar fi 2.

Problema 3. Se dă graful de mai jos.



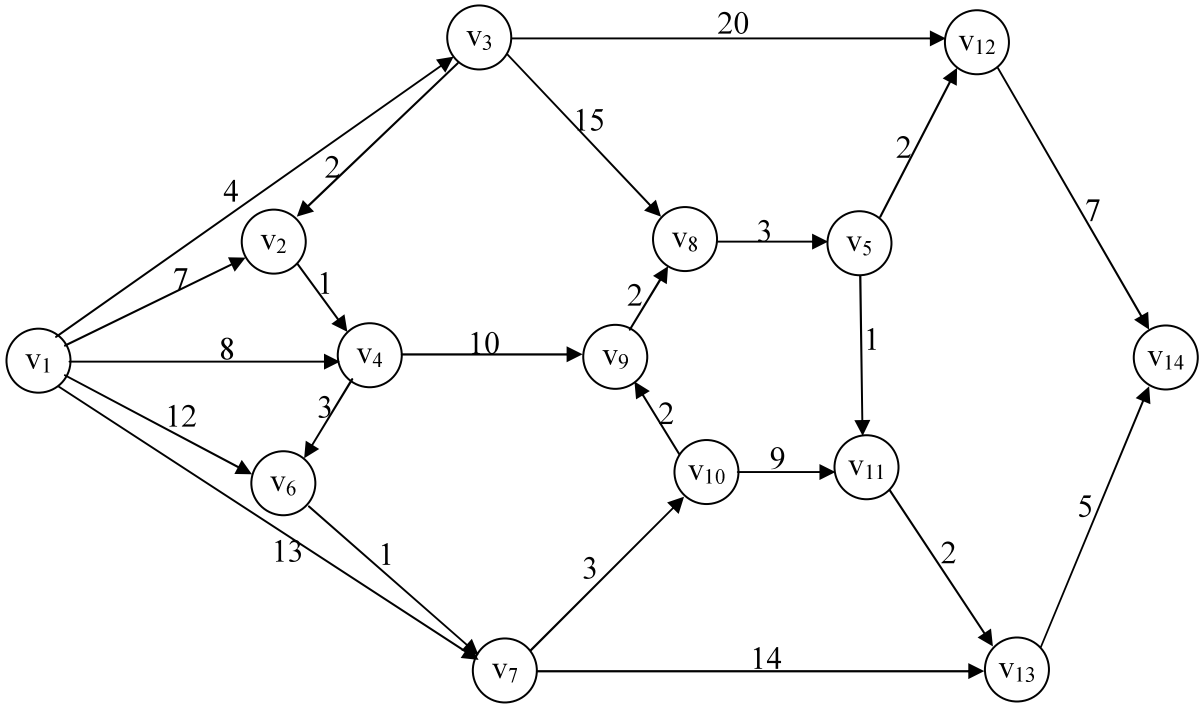
a. Să se găsească drumul de valoare minimă de la vârful v_1 la vârful v_{14};
b. Să se verifice dacă graful are circuite;
c. Există drum de valoare maximă? Dacă da, care este valoarea acestuia?
d. Rezolvați punctul a) cu algoritmul lui Ford simplificat apoi cu algoritmul lui Bellman și comparați-le după efortul de calcul.

Problema 4. Se dă graful de mai jos.



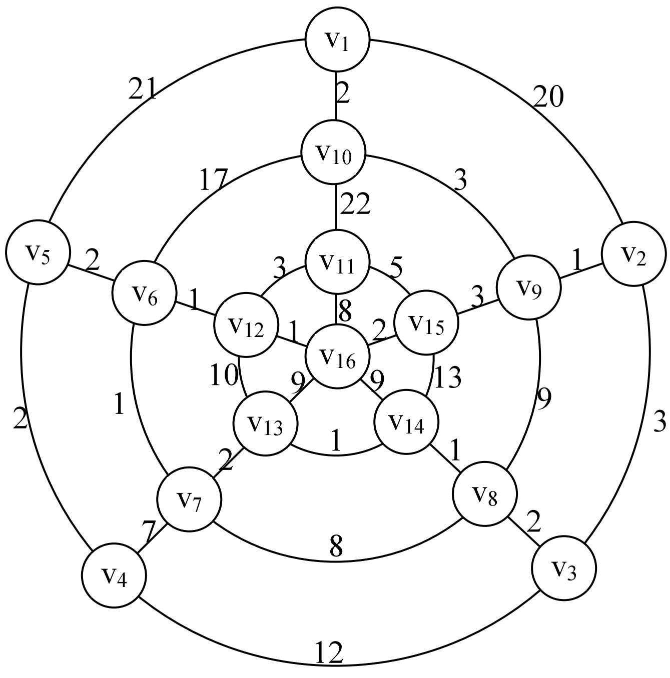
a. Să se găsească drumul de valoare minimă de la vârful v_1 la vârful v_{14};
b. Să se verifice dacă graful are circuite;
c. Există drum de valoare maximă? Dacă da, care este valoarea acestuia?
d. Rezolvați punctul a) cu algoritmul lui Ford generalizat apoi cu algoritmul lui Bellman și comparați-le după efortul de calcul.

Problema 5. Se dă graful de mai jos.



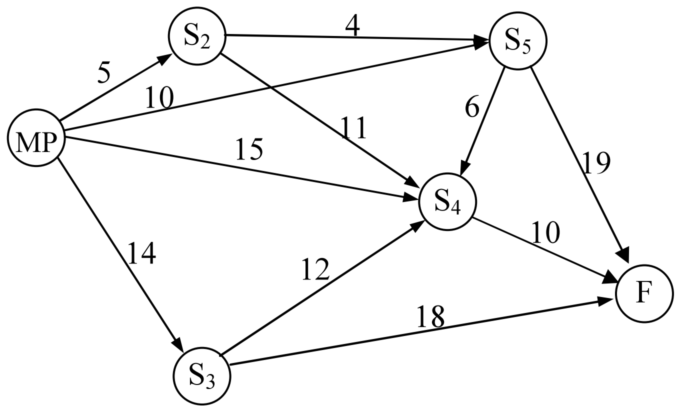
a. Să se găsească drumul de valoare minimă de la vârful v_1 la vârful v_{14};
b. Să se verifice dacă graful are circuite;
c. Există drum de valoare maximă? Dacă da, care este valoarea acestuia?
d. Rezolvaţi punctul a) cu algoritmul lui Ford generalizat apoi cu algoritmul lui Dijkstra şi comparaţi-le după efortul de calcul.

Problema 6. Se dă graful neorientat de mai jos.



a. să se scrie matricea grafului orientat corespunzător
b. Să se găsească în acesta drumul de valoare minimă de la vârful v_1 la vârful v_4 folosind algoritmul lui Bellman apoi al lui Ford generalizat;
c. Există drum de valoare maximă între v_2 şi v_7? Dacă da, care este valoarea acestuia?

Problema 7. O firmă industrială are la dispoziție mai multe variante tehnologice de prelucrare a unui produs. Variantele sunt redate prin succesiunea unor arce adiacente care reprezintă fazele de prelucrare a produsului, nodurile grafului reprezentând stadii de prelucrare. Fiecărei faze de prelucrare îi corespunde un cost parțial de prelucrare, conducerea firmei urmând să aleagă varianta care permite obținerea costului minim prin care se poate ajunge de la materia primă MP la produsul finit F.

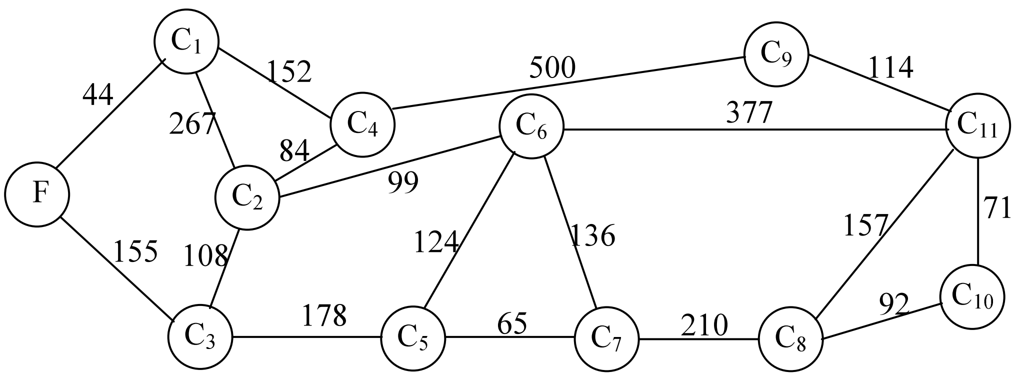


Problema 8. O întreprindere are la dispoziție mai multe variante tehnologice de prelucrare a unui produs. În tabelul de mai jos sunt date costurile parțiale de prelucrare pentru operații, extrase din evidențele întreprinderii, S_i fiind stadiile de prelucrare ale produsului.

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
S_1	-	1	-	10	-	6	-	3	-	-
S_2	1	-	10	10	-	-	-	-	-	-
S_3	-	10	-	1	2	-	-	-	-	5
S_4	10	10	1	-	4	4	1	-	-	-
S_5	-	-	2	4	-	-	5	-	-	2
S_6	6	-	-	4	-	-	3	2	-	-
S_7	-	-	-	1	5	3	-	6	3	8
S_8	3	2	-	-	-	6	-	-	8	-
S_9	-	-	-	-	-	-	3	8	-	5
S_{10}	-	-	5	-	2	-	8	-	5	-

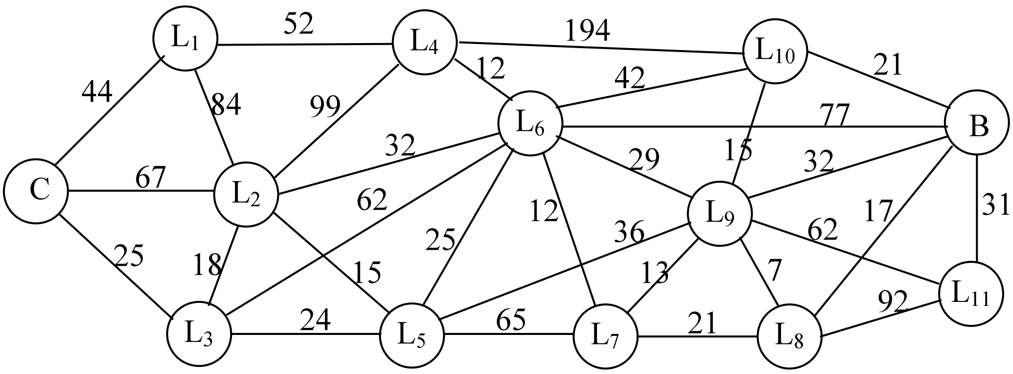
Conducerea firmei dorește să aleagă varianta care permite obținerea costului minim prin care se poate ajunge de la materia primă S_1 la produsul finit S_{10}.

Problema 9. O firmă de mesagerie oferă servicii de transport la 11 centre de livrare. Posibilitățile de transport precum şi costurile aferente au fost reprezentate în graful de mai jos:



Să se găsească cele mai ieftine trasee de la firmă la cele 11 centre de livrare.

Problema 10. Piatra necesară construirii unui baraj este adusă de la o carieră aflată la mare distanţă. Între carieră şi locul de amplasare al barajului există mai multe variante de traseu, urmând structura reţelei naţionale de transport reprezentată în graful de mai jos:



Pentru fiecare rută se cunoaşte costul transportului a 10 tone în sute mii lei, acesta depinzând de tipul transportului (cale ferată, şosea etc), calitatea drumului, lungimea acestuia etc.

Să se determine traseul de la cariera C la barajul B care va asigura costul minim al transportului.

Problema 10. Un jucător trebuie să ajungă de la intrarea I la ieşirea E a unei săli a cărei padele este acoperită cu dale, fiecare dală călcată aducându-i acestuia câştigul înscris pe aceasta. În condiţiile în care jucătorul poate trece de la o dală doar la una din cele trei dale învecinate la stânga, să se afle traseul care ar aduce câştigul maxim.

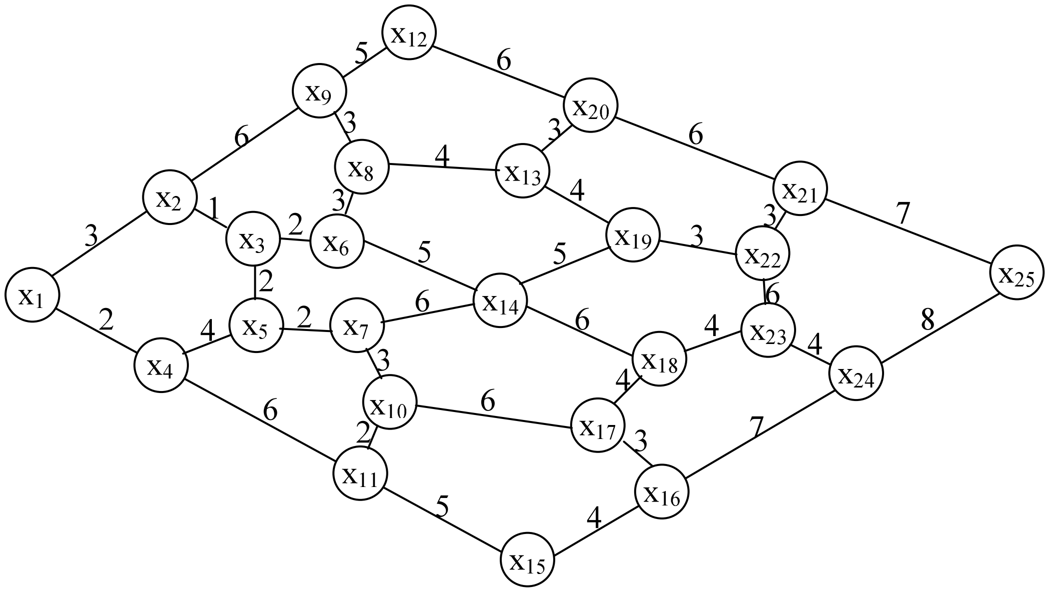
	2	4	8	3	3	1	2	8	4	5	2	8	2	2	1	3	1	4	2	3	1	2	1	3	1	8	2	9	2	2	1	1	
	3	3	3	1	2	9	7	2	2	4	2	3	1	1	1	9	1	5	8	3	2	5	4	4	1	2	4	2	3	2	4	1	
I	4	4	6	2	1	1	1	6	3	3	3	1	3	5	8	2	2	6	6	4	9	7	2	5	9	1	6	1	5	1	3	7	
	5	1	4	3	4	2	2	2	1	2	6	5	4	2	1	3	9	7	2	5	2	9	6	6	5	2	7	4	6	2	2	2	
	2	2	8	4	3	8	2	1	5	4	3	6	2	3	6	1	2	2	3	2	8	3	2	2	2	7	3	2	9	1	4	1	
	1	3	1	1	2	1	1	2	6	3	9	2	1	2	4	4	4	3	4	1	2	1	5	3	3	2	1	3	1	2	2	1	E
	2	4	3	2	5	3	1	5	9	2	4	5	4	6	3	5	5	1	7	8	5	2	2	4	1	8	1	9	1	7	3	2	
	3	3	2	3	1	2	3	8	4	3	2	2	2	1	2	6	7	6	6	1	2	3	4	5	2	2	2	1	1	2	5	4	

Dacă valorile trecute pe dale ar reprezenta pierderi ale jucătorului, care ar fi traseul optim? Dacă la fiecare trecere jucătorul ar putea trece la oricare din cele 8 dale învecinate, care ar fi traseul de valoare minimă de la intrare la ieşire în acest caz?

Problema 11. Folosind un mers al trenurilor, să se găsească traseul pe care se ajunge cel mai repede de la Constanţa la Satu Mare şi ora la care putem ajunge, dacă ne aflăm în Constanţa la ora 16. Aceeaşi cerinţă de la Suceava la Timişoara. Traseul este acelaşi şi în sens invers? Dar dacă dorim aceasta aflându-ne în gara de pornire la ora 8 dimineaţa?

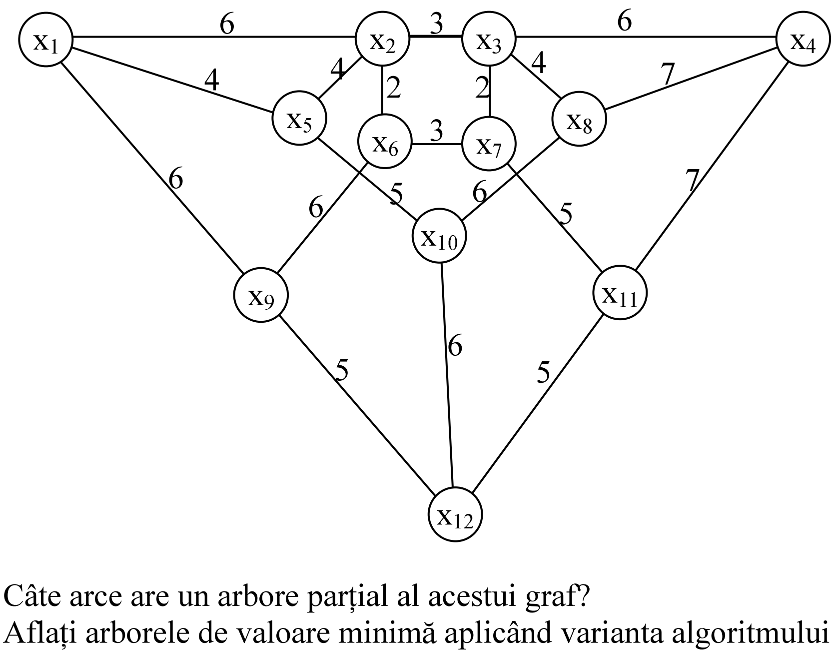
2. ARBORI DE VALOARE OPTIMĂ

Problema 1 Se dă graful de mai jos:



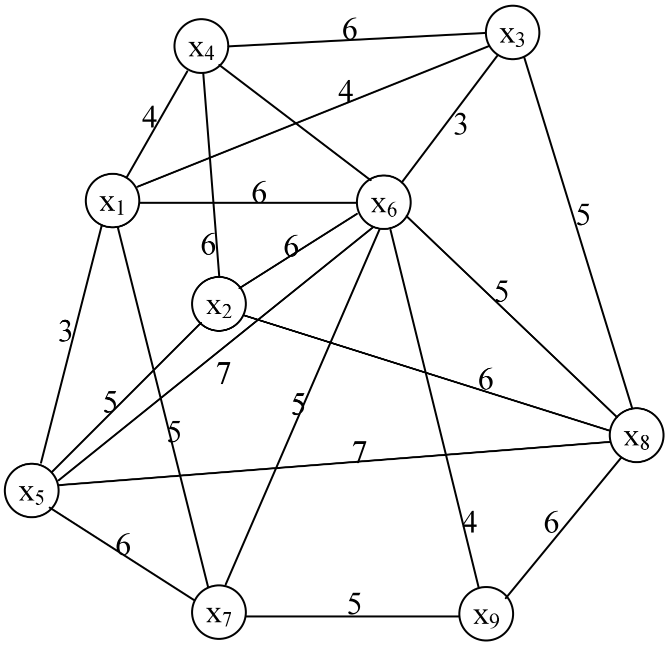
a. Aflați arborele de valoare minimă aplicând algoritmul lui Kruskal;
b. Găsiți arborele de valoare maximă folosind algoritmul lui Sollin.

Problema 2 Se dă graful de mai jos:



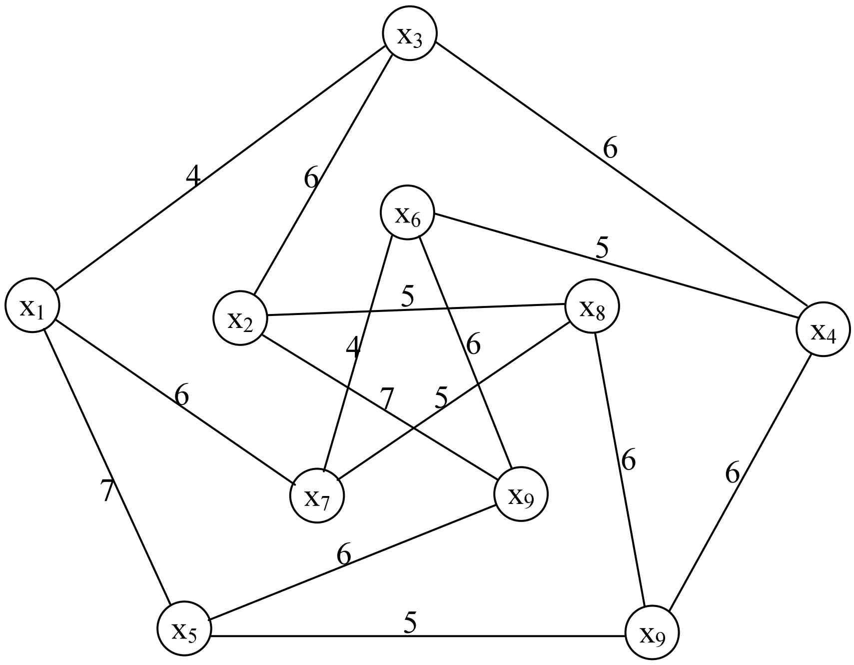
a. Câte arce are un arbore parțial al acestui graf?
b. Aflați arborele de valoare minimă aplicând varianta algoritmului lui Kruskal;
c. Găsiți arborele de valoare maximă folosind algoritmul lui Sollin.

Problema 3 Se dă graful din figura următoare:



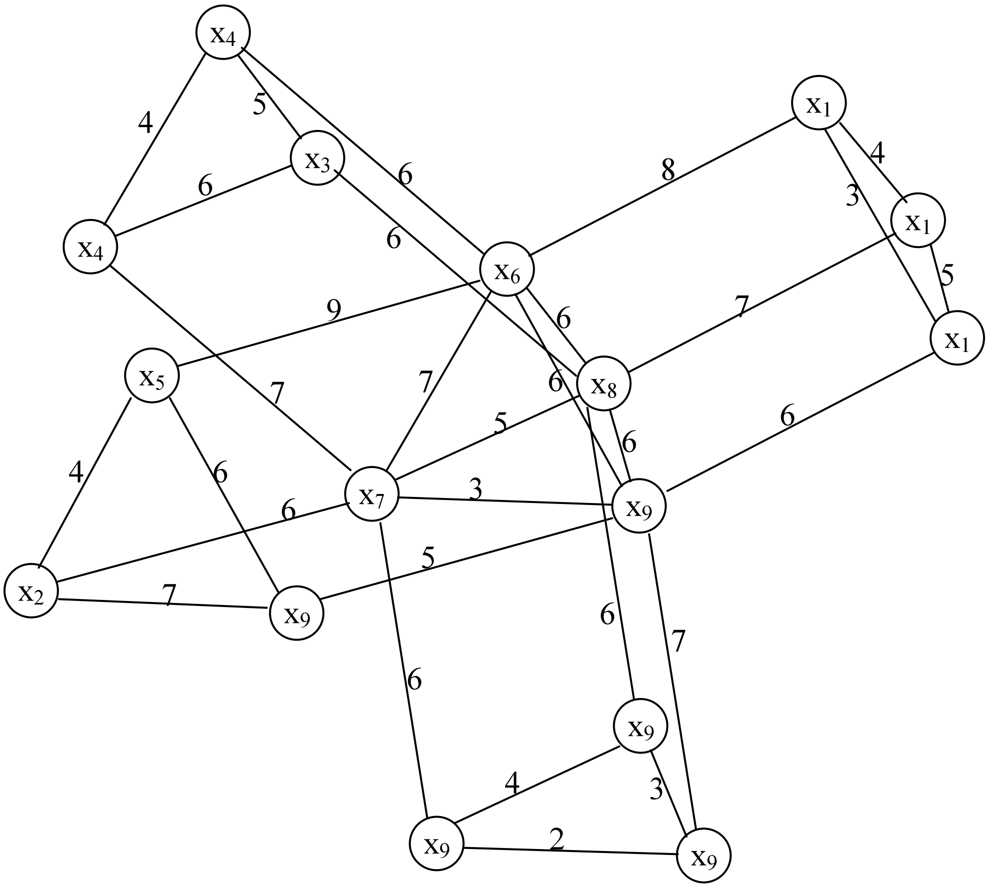
a. Câte arce are un arbore parțial al acestui graf?
b. Aflați arborele de valoare minimă aplicând algoritmul lui Sollin;
c. Găsiți arborele de valoare maximă folosind algoritmul lui Kruskal.

Problema 4 Se dă graful din figura următoare:



a. Câte arce are un arbore parțial al acestui graf?
b. Aflați arborele de valoare minimă aplicând algoritmul lui Sollin;
c. Găsiți arborele de valoare maximă folosind varianta algoritmului lui Kruskal.

Problema 5 Se dă graful din figura următoare:



a. Câte arce are un arbore parțial al acestui graf?
b. Aflați arborele de valoare minimă aplicând algoritmul lui Kruskal;
c. Găsiți arborele de valoare maximă folosind varianta algoritmului lui Kruskal.

Problema 6 O centrală electrică D urmează să alimenteze 5 puncte de consum C_1, C_2, C_3, C_4, C_5. Există mai multe posibilități de a proiecta rețeaua de distribuire. Studiile efectuate și-au propus calcularea costurilor implicate în construirea diferitelor porțiuni ale rețelei, acestea fiind sintetizate în tabelul de mai jos:

	D	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
D	0	23	16	18	26	20
C_1	23	0	17	-	30	28
C_2	16	17	0	22	25	29
C_3	18	-	22	0	19	-
C_4	26	30	25	19	0	-
C_5	20	28	29	-	27	0

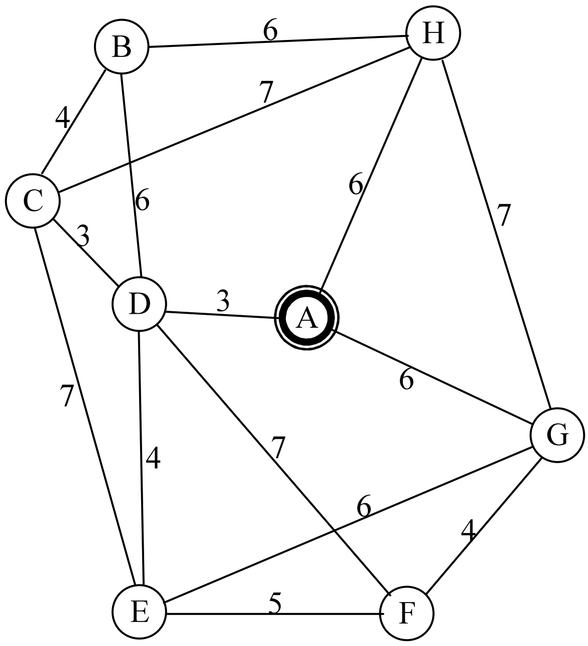
Se dorește alegerea acelui proiect de construire al rețelei prin care să se asigure alimentarea tuturor punctelor de consum și suma cheltuielilor cu construirea rețelei să fie minime.

Problema 7 O întreprindere horticolă decide să se extindă prin construirea a 8 sere destinate legumelor timpurii. În aceste condiții va fi nevoie și de o rețea de termoficare destinată acestora. Existând mai multe posibilități de conectare a acestora la punctul termic T s-a făcut un studiu în urma căruia s-au analizat toate posibilităţile de conectare, calculându-se costurile aferente (în milioane lei) fiecărei conectări posibile, toate acestea fiind trecute în tabelul de mai jos:

	T	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
T	0	2	3	6	8	5	2	4	5
S_1	2	0	-	3	2	4	2	5	3
S_2	3	-	0	4	-	3	2	5	2
S_3	6	3	4	0	4	2	3	-	-
S_4	8	2	-	4	0	-	3	5	2
S_5	5	4	3	2	-	0	4	-	6
S_6	2	2	2	3	3	4	0	3	5
S_7	4	5	5	-	5	-	3	0	2
S_8	5	3	2	-	2	6	5	2	0

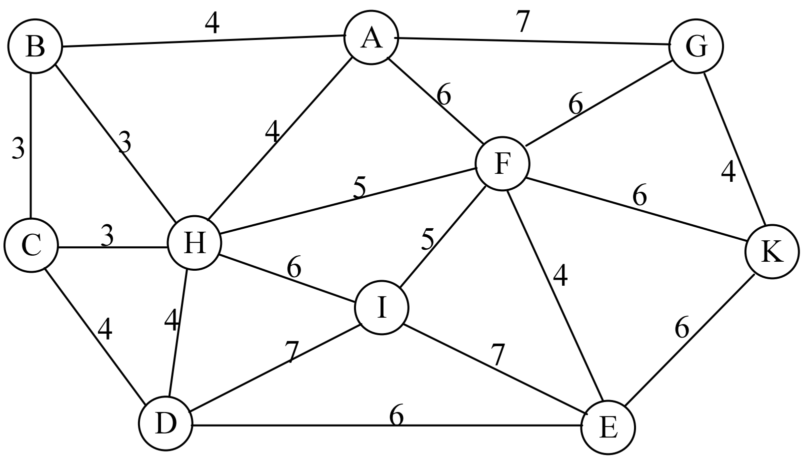
Se cere să se stabilească cea mai economică reţea care să asigure încălzirea celor opt sere de la punctul de alimentare.

Problema 8 De la o staţie de pompare A trebuie alimentate 7 puncte de consum B, C, D, E, F, G, H. Analizându-se situaţia concretă din teren a celor 6 puncte de consum şi a staţiei de pompare s-au stabilit următoarele posibilităţi de legare cu conducte a punctelor de consum şi a staţiei de pompare şi costurile aferente:

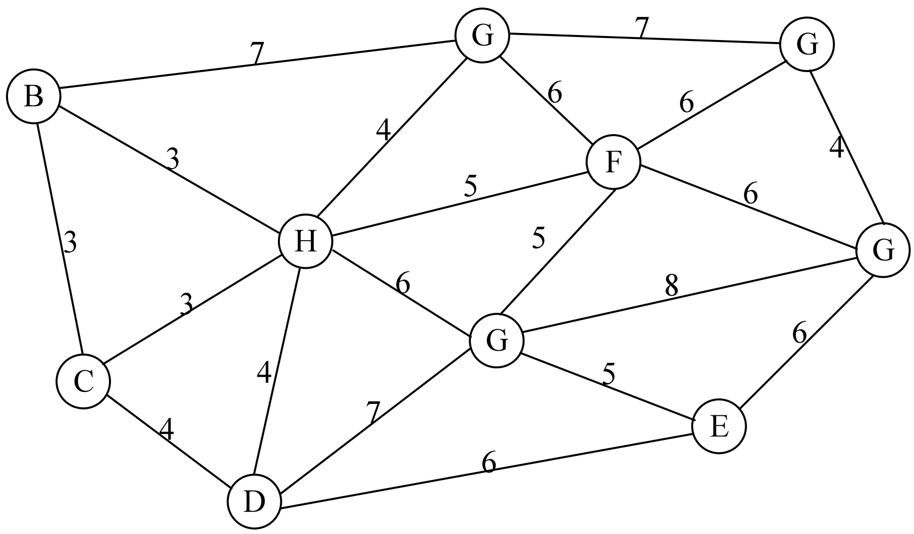


Să se determine acea variantă de alimentare a punctelor de consum care corespunde unui cost minim.

Problema 9 Conducerea primăriei unei localităţi doreşte ca, în cazul unei situaţii de criză (inundaţii, căderi masive de zăpadă, cutremur etc), să dispună de un plan de deblocare cât mai rapidă a căilor de acces între punctele importante ale oraşului (spitale, pompieri, gară, aeroport etc) care să asigure accesul între oricare dintre aceste puncte. În graful de mai jos sunt reprezentate punctele importante ale oraşului, reţeaua de drumuri din localitate şi distanţele dintre obiectivele principale:

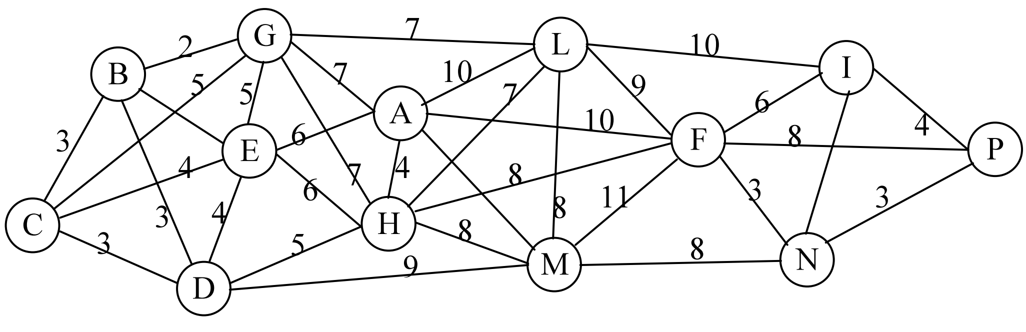


Problema 10 Într-un judeţ s-a luat decizia modernizării unora din drumurile naţionale, astfel încât să existe în final cel puţin un traseu format din drumuri modernizate între oricare dintre cele 10 localităţi cu peste 100.000 de locuitori ale judeţului. În graful de mai jos sunt reprezentate cele 10 localităţi, toate drumurile care există între acestea şi costurile (în miliarde lei) necesare modernizării fiecăruia, calculate în urma unui studiu în teren.



Se doreşte găsirea variantei de modernizare de cost minim.

Problema 11 De-a lungul timpului departamentele unei firme au fost dotate succesiv cu calculatoare, formându-se mai multe grupuri de lucru grupate în reţele locale. Pentru a mări viteza de transmitere a datelor şi informaţiilor conducerea firmei decide conectarea tuturor acestora într-o reţea globală care să asigure legătura între oricare două calculatoare din întreaga firmă. În urma unui studiu al amplasamentului fiecărei reţele locale, a posibilităţilor de conectare şi a modalităţilor de conectare au rezultat mai multe variante posibile şi costurile fiecăreia (în milioane lei), toate fiind sintetizate în graful de mai jos. Să se găsească varianta cea mai ieftină de conectare.



3. CUPLAJE MAXIME DE VALOARE OPTIMĂ

Problema 1 Şase localităţi L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6 sunt aprovizionate de şase depozite D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6 ale unei întreprinderi comerciale de stat. Costurile în mii lei/km de la fiecare localitate la fiecare depozit sunt trecute în tabelul de mai jos:

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6
L_1	23	95	67	17	21	75
L_2	29	49	23	49	18	55
L_3	34	29	74	95	28	18
L_4	22	48	32	19	44	56
L_5	19	46	43	41	45	65
L_6	63	19	11	23	78	69

Ştiind că aprovizionarea unei localităţi se face de către un singur depozit, să se determine repartiţia depozitelor pe localităţi, astfel încât costul total de transport să fie minim.

Problema 2 În cinci hale H_1, H_2, H_3, H_4, H_5 ale unei întreprinderi se fabrică 5 produse P_1, P_2, P_3, P_4, P_5. În funcţie de capacităţile tehnice ale fiecărei hale preţul la desfacere al fiecărui produs diferă de la o hală la alta, conform tabelului de mai jos:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
H_1	30	26	$-\infty$	32	32
H_2	31	31	34	$-\infty$	28
H_3	26	$-\infty$	31	29	25
H_4	26	29	27	29	$-\infty$
H_5	$-\infty$	28	25	30	32

Dacă un produs nu poate fi fabricat într-o hală în căsuţa corespunzătoare s-a trecut preţul de vânzare $-\infty$.

Să se efectueze repartizarea fabricării celor 5 produse pe cele 5 hale astfel încât preţul total la desfacere să fie maxim.

Problema 3 Se dă tabelul de mai jos:

19	18	20	26	22	25	23	22
20	21	19	17	17	23	18	18
17	17	23	22	20	19	24	19
22	21	26	25	24	22	27	25
17	24	32	25	26	31	28	32

Extrageţi cinci numere situate pe linii şi coloane diferite, astfel încât suma lor să fie:

a. minimă
b. maximă

Problema 4 Ministerul muncii trimite lunar un anumit număr de inspectori din Bucureşti la sediile din reşedinţele de judeţ pentru evaluarea activităţii din fiecare judeţ inspectat. În luna mai s-a decis inspectarea a 7 judeţe, urmându-se să se decidă care din cei 8 inspectori disponibili vor fi trimişi în teren şi ce judeţ îi va fi repartizat fiecăruia.

Pentru fiecare inspector ministerul va suporta un cost care depinde de durata deplasării şi de pregătirea şi salariul lunar al fiecărui inspector. Toate aceste costuri (în milioane lei) au fost sintetizate în tabelul de mai jos, în care liniile corespund inspectorilor disponibili iar coloanele judeţelor ce vor fi inspectate:

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7
I_1	1,1	1,3	1,2	1	1,4	1,8	3
I_2	1,4	1,2	1,3	1	1,3	1,6	2,5
I_3	1,5	1,3	1,4	1,2	1,1	1,5	2,8
I_4	1,3	1,4	1,6	1,3	1,1	1,6	3,2
I_5	2	2,1	1,9	2,1	2,3	1,7	4,5
I_6	1,3	1,6	1,8	1,4	1,6	1,9	3.2
I_7	2	2,2	2	2	2,1	2	4,5
I_8	1,3	1,8	1,7	1,4	1,5	1,8	3,1

Să se găsească varianta de repartiţie care necesită un cost minim.

Problema 5 Un manager doreşte să repartizeze 6 echipe de muncitori E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6 la 6 lucrări L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6. Pe baza experienţei anterioare se poate estima timpul necesar fiecărei echipe ca să termine fiecare lucrare, aceşti timpi (în zile) fiind trecuţi în tabelul de mai jos:

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
L_1	51	41	31	71	61	60
L_2	31	9	41	61	21	38
L_3	23	32	21	43	27	28
L_4	11	21	8	6	7	12
L_5	24	9	34	36	46	34
L_6	56	39	11	11	41	52

Se doreşte acea repartiţie a echipelor pe lucrări care să ducă la o sumă minimă a duratelor de execuţie.

Problema 6 Să se repartizeze lucrările L_1, L_2, L_3, L_4 la muncitorii L_1, L_2, L_3, L_4 astfel încât timpul total de execuţie să fie minim, duratele de execuţie ale fiecărei lucrări de către fiecare muncitor fiind trecute în tabelul de mai jos:

	M_1	M_2	M_3	M_4
L_1	13	37	52	10
L_2	37	61	67	34
L_3	52	79	85	37
L_4	43	82	88	31

Problema 7 Să se repartizeze 5 operatori la 5 maşini cunoscându-se matricea timpilor de lucru (în ore), dată mai jos, astfel încât suma timpilor de execuţie să fie minimă. Dacă un operator nu poate lucra la o maşină se trece linie.

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
O_1	51	16	44	51	16
O_2	44	37	51	65	16
O_3	37	37	30	16	44
O_4	65	23	37	-	23
O_5	51	-	23	23	37

Problema 8 Firma "Autorep" produce piese de schimb pentru automobile. Ea a achiziţionat 5 maşini noi: un strung, o freză, o raboteză, o maşină de găurit şi o maşină de şlefuit.

Compartimentul de organizare a producţiei şi a muncii a identificat 5 locuri în care poate fi amplasată oricare din cele 5 maşini. Piesele pe care le vor prelucra aceste maşini provin de la puncte de producţie ale firmei. Aceste puncte de producţie se află la distanţe diferite faţă de cele cinci locuri de amplasare ale noilor maşini.

Pentru creşterea productivităţii muncii, directorul de producţie doreşte ca amplasarea noilor maşini să se facă astfel încât costul total de transport al pieselor la cele 5 maşini să fie minim.

În tabelul de mai jos sunt date distanţele (în metri) de la punctele de producţie la locurile de amplasament propuse pentru instalarea noilor maşini, costurile fiind proporţionale cu distanţele de transport.

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
Freza	26	29	40	48	56
Maşina de găurit	38	41	39	42	34
Maşina de şlefuit	30	36	35	28	31
Raboteza	29	35	45	41	32
Strungul	36	51	35	41	17

Problema 9 Societatea comercială VERONICA S.A. realizează produse de marochinărie. Pentru a creşte productivitatea, şase din salariaţii săi au fost trimişi să urmeze cursuri de policalificare pentru 6 tipuri de lucrări din domeniul pielăriei. În urma testării fiecărui muncitor la fiecare tip de lucrare s-a constatat că productivitatea muncii lor este diferită în raport cu fiecare tip de lucrare, timpii necesari fiecărui muncitor pentru realizarea fiecărui tip de lucrare fiind daţi în tabelul de mai jos:

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
L_1	109	39	111	61	54	68
L_2	99	51	108	114	107	64
L_3	107	80	117	97	90	76
L_4	98	78	57	48	81	91
L_5	125	43	37	75	68	50
L_6	87	44	57	88	125	94

Şeful secţie doreşte să repartizeze fiecărui muncitor câte o lucrare astfel încât timpul total de prelucrare să fie minim.

Problema 10 O firmă dispune de 6 aparate pentru jocuri mecanice, de tipuri diferite pe care le va închiria prin contracte cu durata de 3 luni. Pentru trimestrul I al anului a primit 8 cereri. Cunoscându-se valorile chiriilor (în milioane lei) oferite de fiecare solicitant pentru fiecare aparat, date în tabelul de mai jos, să se găsească care cereri vor fi alese şi cum vor fi distribuite aparatele acestora astfel încât firma să obţină o sumă a chiriilor maximă.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
A_1	5	6	-	8	9	4	-	3
A_2	7	5	4	-	10	3	5	3
A_3	7	8	4	10	11	6	6	5
A_4	7	-	4	-	-	4	5	4
A_5	-	8	6	10	-	6	-	5
A_6	7	6	6	-	11	6	6	-

Problema 11 O instituţie are 8 locuri vacante pentru care angajează 8 salariaţi. Se pune problema unde să fie repartizat fiecare din aceştia ţinându-se seama de preferinţele lor şi de faptul că unii sunt calificaţi pentru mai mult decât unul din posturile vacante, astfel încât cheltuielile totale cu cei 8 salariaţi (salarii, rebuturi, pregătire suplimentară etc) să fie minime.

În tabelul de mai jos au fost trecute, pentru fiecare salariat, posturile pe care poate lucra şi cheltuielile medii orare (în mii lei) prilejuite de activitatea fiecăruia:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
S_1	29	35	-	-	25	-	-	-
S_2	-	-	-	-	-	31	-	29
S_3	-	-	41	-	-	-	33	-
S_4	-	-	-	-	-	27	-	23
S_5	-	-	33	31	29	-	-	-
S_6	-	29	-	-	-	43	-	-
S_7	23	-	27	-	-	-	25	-
S_8	-	-	33	35	-	-	-	-

Problema 12 Să se găsească pentru fiecare din grafurile bipartite corespunzătoare tabelelor de mai jos cuplajul maxim de valoare minimă şi cuplajul maxim de valoare maximă.

a)

127	58	139	55	172
119	63	130	55	158
97	52	121	43	154
73	40	106	37	142
52	22	91	28	130

b)

33	29	17	21	1
29	25	17	13	33
21	1	25	37	29
13	5	17	29	25
1	17	33	29	37

c)

17	49	69	13
49	81	89	45
57	109	117	41
69	105	113	49

d)

18	25	60	4	60
46	18	46	25	11
53	11	39	-	25
60	25	18	18	-
67	46	53	39	32

e)

22	34	10	28	34
46	40	58	16	40
22	28	52	34	16
52	4	40	46	4

f)

16	13	13	28	-	-
16	19	10	28	1	-
22	22	-	-	28	16
25	-	19	-	-	34
28	7	-	28	40	7
37	25	19	16	22	28

g)

18	11	25	46	67	60
25	32	18	60	4	4
59	18	81	46	32	67
39	25	4	4	25	102

h)

-	14	36	10	8
50	-	8	8	8
22	8	-	48	12
8	12	14	-	54
12	18	40	8	-

i)

51	45	33	27	57
9	33	57	39	51
15	3	21	51	57
45	3	27	45	51
57	51	39	45	9

j)

39	32	39	207	11	144	11	102
207	25	102	11	46	39	11	228
123	46	39	-	25	-	25	-
53	60	11	53	53	46	67	11
11	11	137	32	-	242	60	32
11	32	74	74	130	-	11	39

k)

39	65	69	66	57
64	84	24	92	22
49	50	61	31	45
48	45	55	23	50
59	34	30	34	18

l)

4	5	8	9	4
-	7	12	10	9
6	-	10	14	11
10	11	-	12	10
7	8	15	-	7
12	9	8	16	-

Problema 13. Într-o întreprindere vor trebui repartizați 8 muncitori la 8 locuri de muncă, în urma unui studiu cunoscându-se posibilitățile de repartizare şi costurile de întreținere pentru fiecare muncitor şi loc de muncă (în mii pe zi), date în tabelul de mai jos.

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8
M_1	8	2	4	-	8	4	7	-
M_2	7	5	5	-	7	7	4	-
M_3	-	-	6	5	-	6	5	9
M_4	6	2	-	7	6	-	-	8
M_5	-	-	6	8	-	8	8	-
M_6	4	2	-	6	5	9	-	8
M_7	3	8	8	8	2	-	7	9
M_8	8	6	-	2	6	7	8	6

Găsiți varianta de repartizare care duce la costul total de întreținere minim.

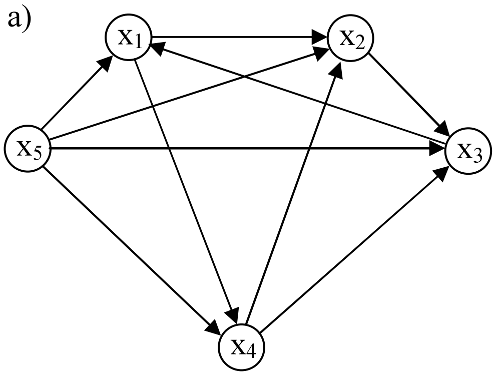
4. DRUMURI ŞI CIRCUITE HAMILTONIENE

Problema 1 Să se determine drumurile şi circuitele hamiltoniene din grafurile de mai jos folosind:

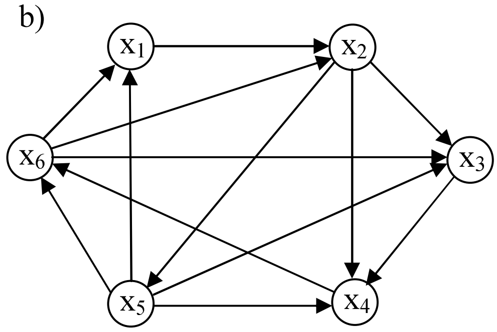
a. Înmulţirea latină
b. Algoritmul lui Foulkes

I)

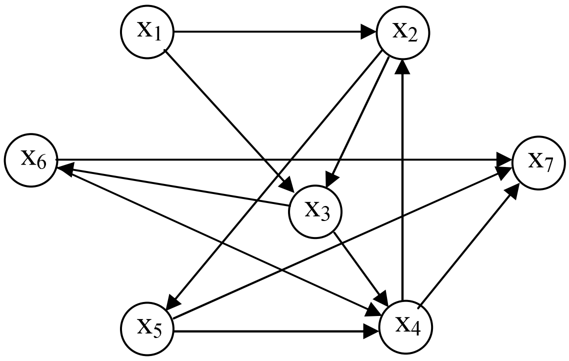
a)



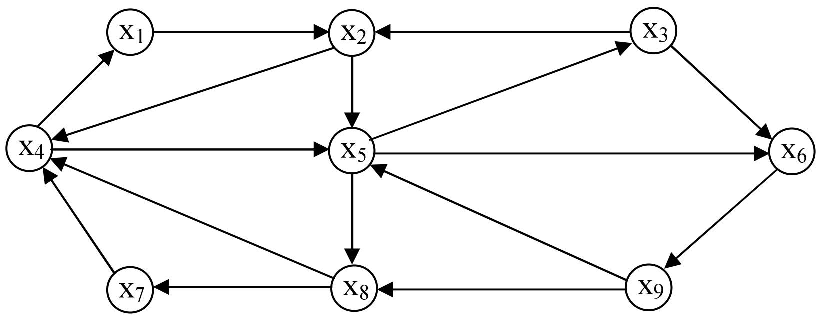
b)



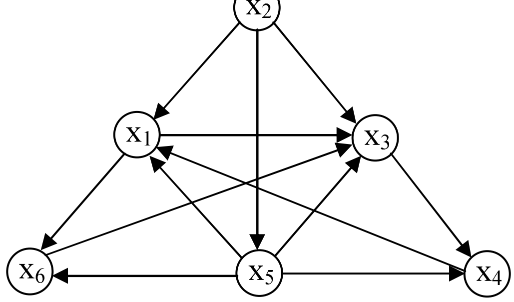
II)



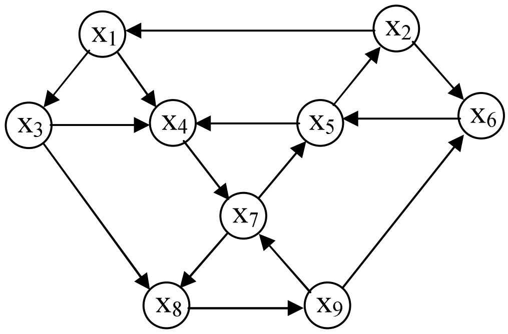
III)



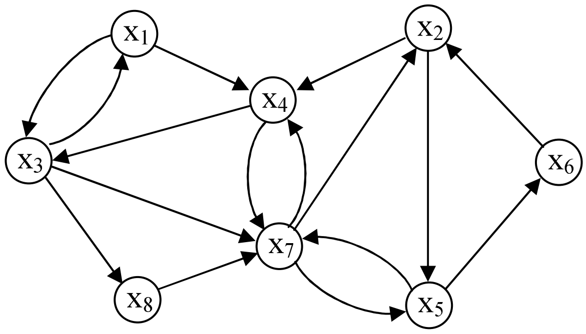
IV)



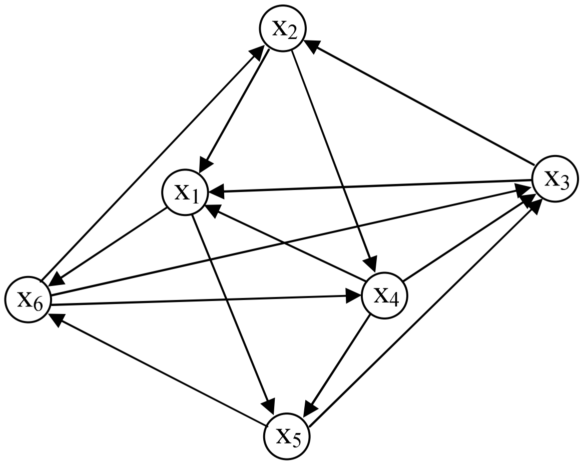
V)


x1
x2
x3
x4
x5
x6
x7
x8
x9

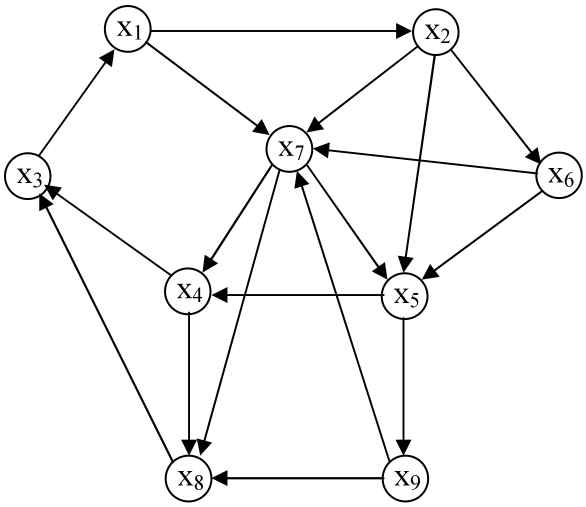
VI)


x1
x2
x4
x3
x6
x7
x8
x5

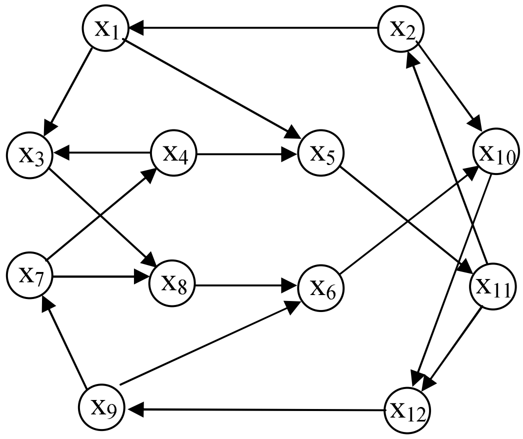
VII)


x2
x1
x3
x6
x4
x5

VIII)

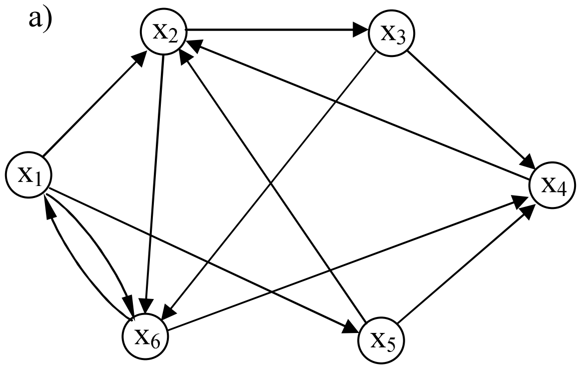

x1
x2
x7
x3
x6
x4
x5
x8
x9

IX)

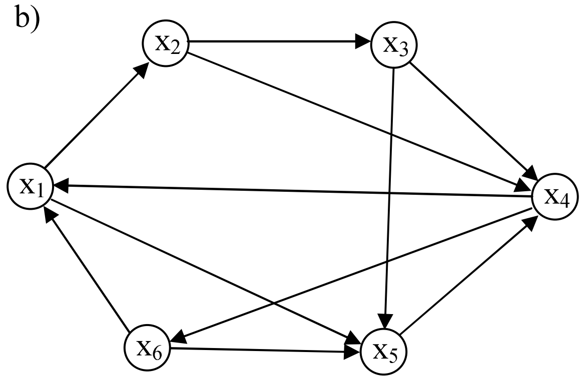


X)

a)

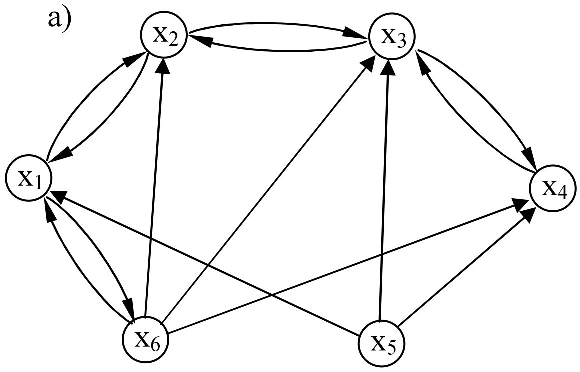


b)

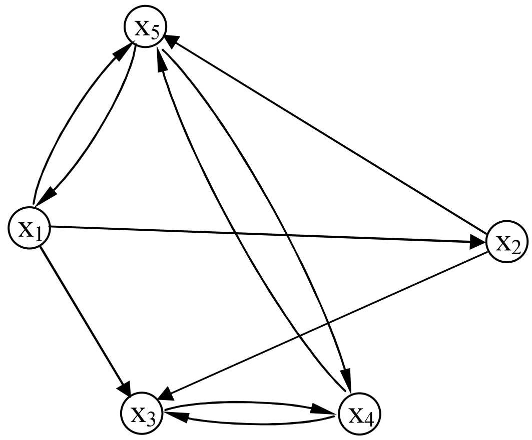


XI)

a)

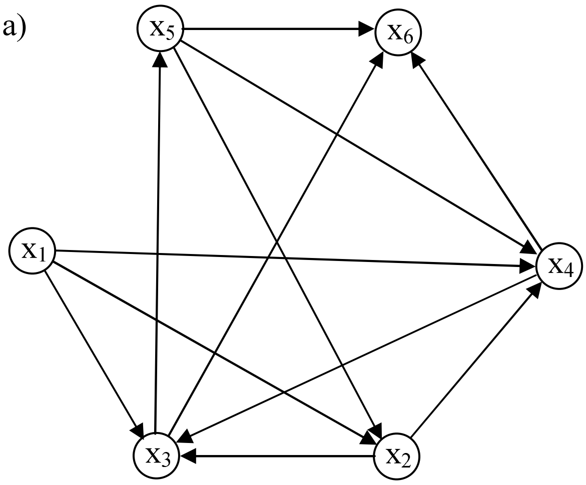


b)

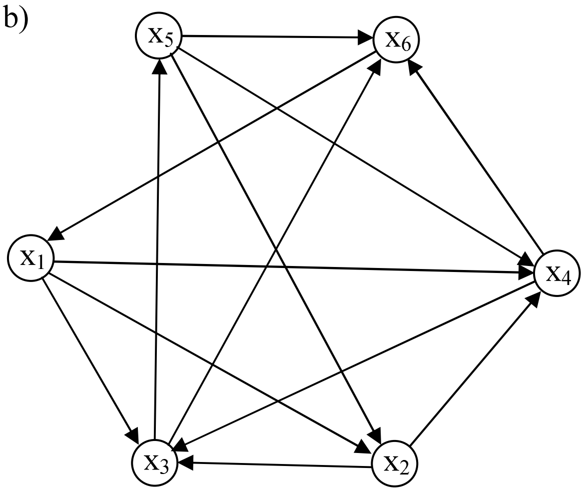


XII)

a)

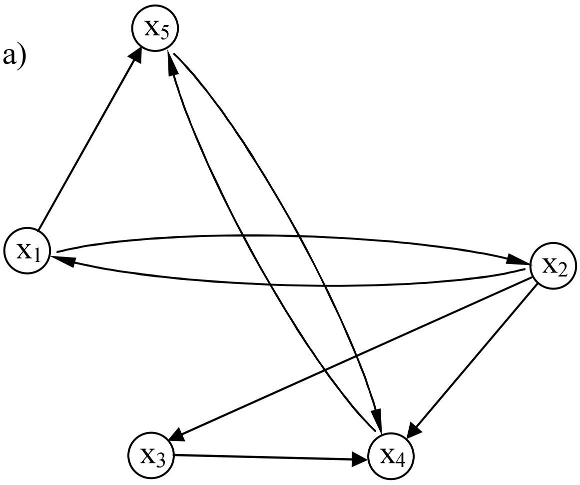


b)

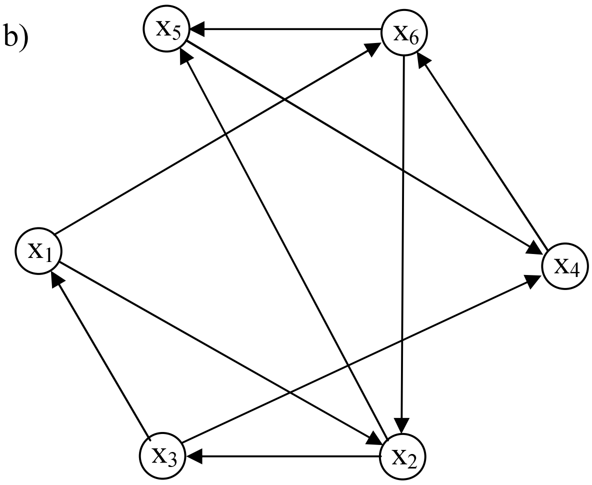


XIII)

a)

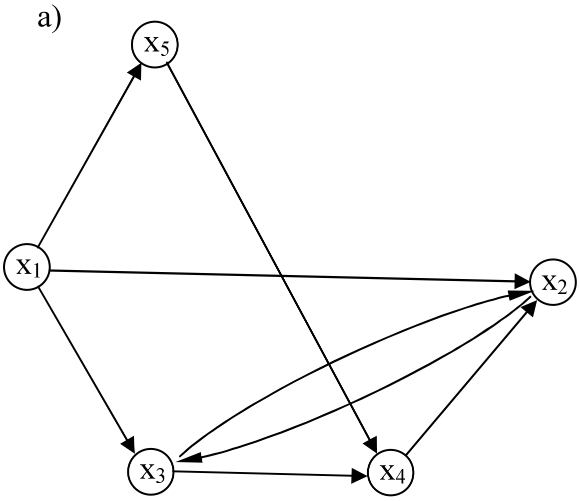


b)

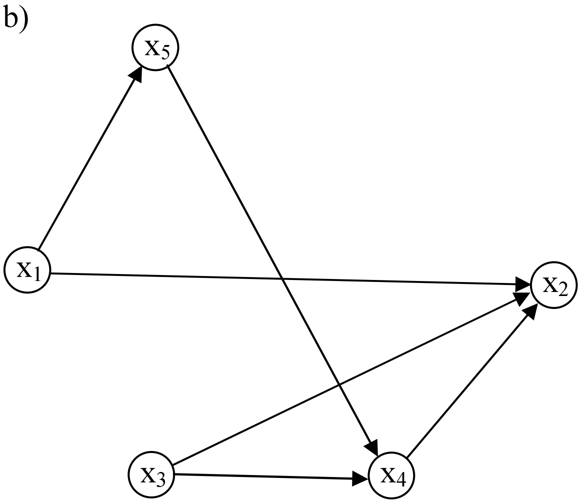


XIV)

a)

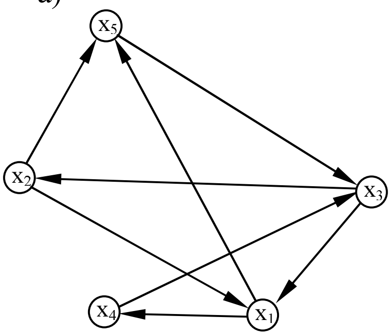


b)

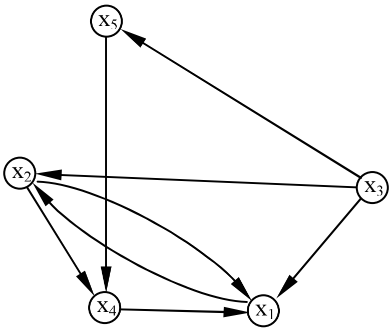


XV)

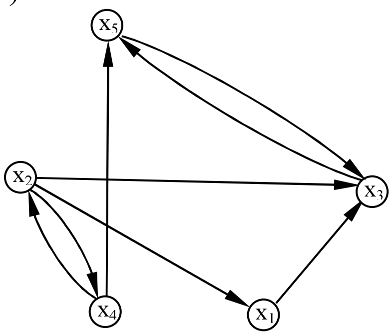
a)



b)



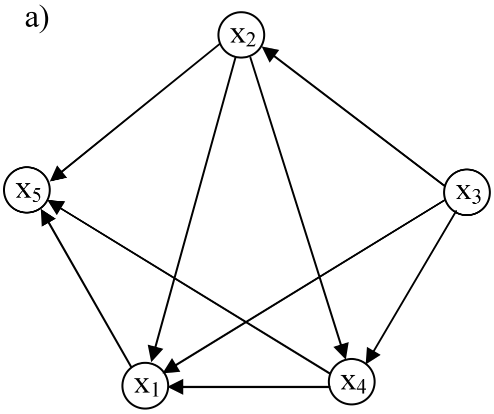
c)



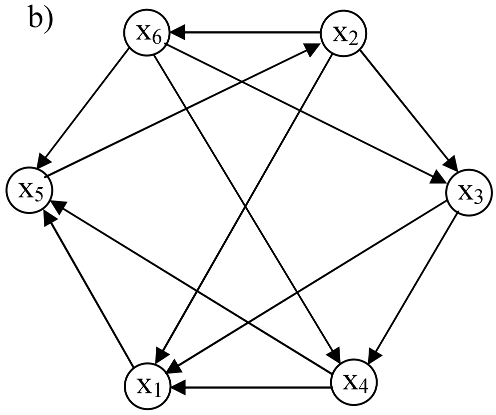
Problema 2 Aplicând algoritmul lui Chen pentru fiecare graf de mai jos, să se răspundă la următoarele întrebări:

a. Graful admite sau nu circuite?
b. Dacă graful nu admite circuite, există sau nu un drum hamiltonian în graf?
c. Dacă graful nu are circuite şi admite drum hamiltonian, care este acesta?

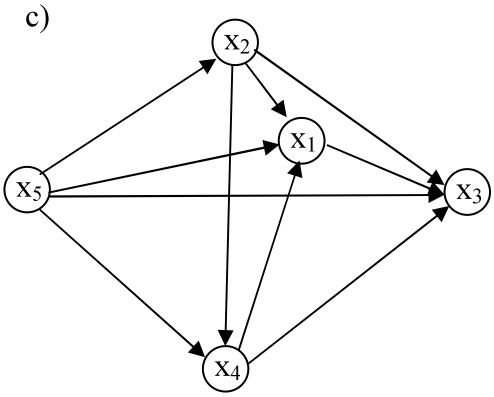
a)



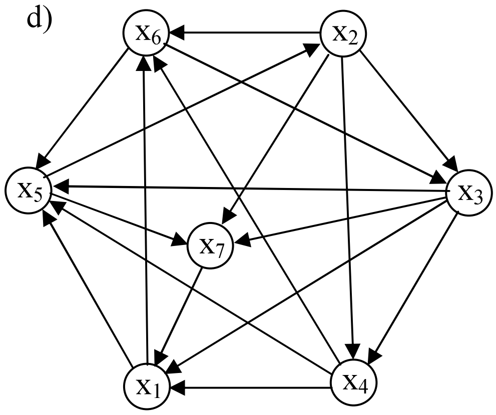
b)



c)



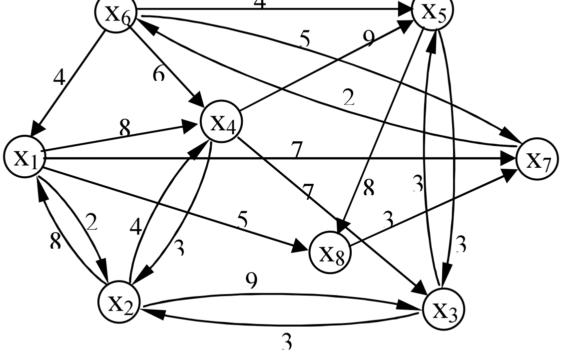
d)



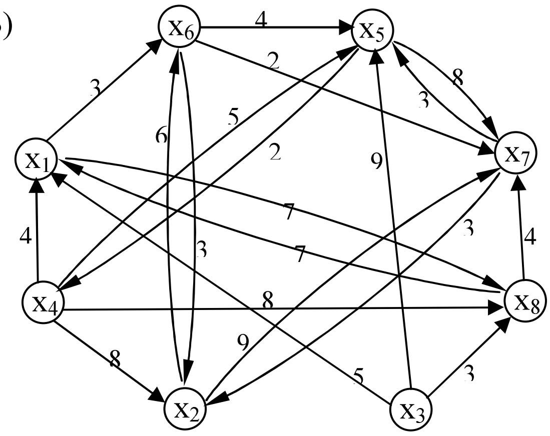
Problema 3 Aplicând oricare din algoritmii cunoscuţi, să se găsească în grafurile de mai jos:

a. Drumul hamiltonian de valoare minimă
b. Drumul hamiltonian de valoare maximă
c. Circuitul hamiltonian de valoare minimă
d. Circuitul hamiltonian de valoare maximă

A)



B)



Problema 4 Pentru construirea unei reţele de teleferice trebuie efectuate măsurători pe înălţimile din jurul unei localităţi montane. Deoarece deplasarea topografilor responsabili cu măsurătorile şi a aparaturii necesare necesită cheltuieli mari şi măsuri speciale de protecţie a instrumentelor, este important ca traseul să fie parcurs în cel mai scurt timp posibil. Cunoscându-se traseele posibile între punctele în care se vor face măsurători, s-au estimat timpii necesari (în ore) parcurgerii fiecăruia, aceştia fiind trecuţi în tabelul de mai jos:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
P_1	-	59	52	66	38	10
P_2	59	-	73	31	52	17
P_3	52	38	-	80	45	31
P_4	17	66	45	-	17	31
P_5	10	52	45	52	-	108
P_6	87	73	52	31	45	-

Să se găsească punctul de plecare şi ordinea de trecere prin toate punctele care necesită cel mai scurt timp de parcurgere.

Problema 5 O familie doreşte ca în vacanţă să efectueze un circuit turistic care să treacă prin 7 oraşe. Pentru aceasta va folosi serviciile unei companii aviatice care oferă o reducere de 30% pe bilet. Ţinând cont că în perioada respectivă avioanele companiei efectuează transporturi de pasageri regulate doar pe anumite rute dintre cele 7 oraşe, trecute în tabelul de mai jos:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
P_1	-	√	-	-	√	-	√
P_2	√	-	-	√	-	√	-
P_3	√	√	-	-	√	-	-
P_4	-	-	-	-	√	-	-
P_5	-	√	-	-	-	-	√
P_6	√	-	-	√	-	-	-
P_7	-	-	√	-	-	√	-

să se afle dacă există un circuit care să folosească doar avioanele companiei respective şi dacă da, care este acesta.

Problema 6 O întreprindere dispune de un agregat pe care fabrică în fiecare lună cinci tipuri de produse P_1, P_2, P_3, P_4, P_5. Agregatul poate fabrica la un moment dat un singur tip de produs, iar pentru trecerea de la fabricarea unui tip la altul sunt necesare operaţii de pregătire şi reglare care necesită timpi t_{ij} şi costuri c_{ij} dependente de trecerea respectivă $P_i \to P_j$, date în tabelele de mai jos:

a) timpi

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_1	-	22	16	16	31
P_2	31	-	13	19	49
P_3	13	7	-	13	13
P_4	22	10	16	-	22
P_5	25	34	16	7	-

b) costuri

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_1	-	67	97	37	97
P_2	52	-	52	22	52
P_3	22	67	-	157	112
P_4	82	52	232	-	142
P_5	67	67	142	97	-

În ce ordine ar trebui să fie fabricate cele 5 produse pentru ca:

a) suma timpilor de pregătire reglare să fie minime;
b) suma cheltuielilor de pregătire reglare să fie minime;
c) suma timpilor de pregătire reglare să fie minime dacă în fiecare lună se va produce în aceeaşi ordine;
d) suma cheltuielilor de pregătire reglare să fie minime dacă în fiecare lună se va produce în aceeaşi ordine;

Problema 7 O întreprindere dispune de o linie de fabricaţie pe care execută în fiecare lună şase tipuri de produse P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8. Pe linia de fabricaţie se poate executa la un moment dat un singur tip de produs, iar pentru trecerea de la fabricarea unui tip la altul sunt necesare operaţii de pregătire şi reglare care necesită costurile c_{ij} dependente de trecerea respectivă $P_i \rightarrow P_j$, date în tabelele de mai jos:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
P_1	-	87	108	51	87	12	3	23
P_2	36	-	12	12	51	23	23	87
P_3	12	23	-	23	12	68	3	68
P_4	68	87	23	-	87	23	23	12
P_5	23	36	36	68	-	12	3	87
P_6	156	36	108	36	23	-	12	3
P_7	131	68	108	87	51	23	-	23
P_8	36	108	87	3	156	-4	108	-

a) suma cheltuielilor de pregătire reglare să fie minime;
b) suma cheltuielilor de pregătire reglare să fie minime dacă în fiecare lună se va produce în aceeaşi ordine;

Problema 8 Aceleaşi întrebare de la problema 7 pentru o întreprindere care produce 7 tipuri de produse pe o instalaţie a cărei pregătire pentru trecerea de la fabricarea unui tip de produs la altul presupune un timp t_{ij} de staţionare dat în tabelul de mai jos, scopul fiind minimizarea timpului în care instalaţia nu funcţionează:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
P_1	17	22	20	19	20	18	19
P_2	21	17	19	18	22	18	20
P_3	18	23	17	22	18	20	21
P_4	22	20	23	17	21	19	19
P_5	19	21	21	18	17	20	21
P_6	21	19	22	21	22	17	19
P_7	20	21	22	20	23	20	17

Problema 9 Fabricarea unui produs presupune efectuarea a 10 operaţii de prelucrare, aceste operaţii putând fi efectuate doar în anumite succesiuni, între două prelucrări P_i şi P_j fiind necesar un anumit timp t_{ij} de pregătire şi transportare a piesei între instalaţiile pe care se execută acestea. Fiind daţi aceşti timpi în tabelul de mai jos, să se găsească acea succesiune care necesită timpul total minim de trecere între prelucrări.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
P_1	-	12	-	21	-	17	-	14	-	-
P_2	12	-	21	21	-	-	-	-	-	-
P_3	-	21	-	12	13	-	-	-	-	16
P_4	21	21	12	-	15	15	12	-	-	-
P_5	-	-	13	15	-	-	16	-	-	13
P_6	17	-	-	15	-	-	14	13	-	-
P_7	-	-	-	12	16	14	-	17	14	19
P_8	14	13	-	-	-	17	-	-	19	-
P_9	-	-	-	-	-	-	14	19	-	16
P_{10}	-	-	16	-	13	-	19	-	16	-

Problema 10 Finisarea unei piese presupune efectuarea a 8 operaţii de prelucrare pe 8 maşini. Aceste operaţii se pot efectuate doar în anumite succesiuni, între două operaţii P_i şi P_j fiind necesar un anumit timp t_{ij} de demontare - transport - montare. În tabelul de mai jos au fost estimaţi aceşti timpi, pe baza observaţiilor făcute de-a lungul unei luni.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
P_1	-	11	-	19	-	-	23	15
P_2	25	-	23	15	-	-	-	-
P_3	-	11	-	-	11	-	-	-
P_4	-	13	25	-	27	-	-	-
P_5	-	-	13	-	-	-	-	11
P_6	11	-	-	21	15	-	13	-
P_7	-	-	-	-	-	9	-	-
P_8	-	-	-	-	-	-	11	-

Conducerea întreprinderii doreşte, pentru creşterea productivităţii, ca ordinea operaţiilor să fie aleasă în aşa fel încât timpul intermediar operaţiilor să fie minim.

Problema 11 O maşină a unei firme de colectare a deşeurilor trebuie să facă colectarea de la 8 puncte dintr-un oraş. Cunoscându-se distanţele dintre acestea, date în tabelul de mai jos, să se găsească traseul de lungime minimă ce trece pe la toate punctele de colectare.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
P_1	-	12	13	14	23	31	24	16
P_2	12	-	13	19	21	34	22	12
P_3	13	13	-	15	17	11	24	26
P_4	14	19	15	-	19	27	28	25
P_5	23	21	17	19	-	16	24	31
P_6	31	34	11	27	16	-	13	18
P_7	24	22	24	28	24	13	-	17
P_8	16	12	26	25	31	18	17	-

Problema 12 O maşina a poştei trebuie să distribuie corespondenţa de la aeroport la cele 9 oficii poştale dintr-o localitate. Cunoscându-se distribuţia acestora şi distanţele dintre ele, date în tabelul de mai jos, să se afle traseul care asigură distribuirea corespondenţei în timp minim.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
P_1	-	13	14	6	3	7	8	11	9	12
P_2	13	-	15	8	3	8	5	6	13	8
P_3	14	15	-	9	14	13	11	8	4	8
P_4	6	8	9	-	14	14	17	18	9	15
P_5	3	3	14	14	-	8	6	7	5	11
P_6	7	8	13	14	8	-	4	8	9	10
P_7	8	5	11	17	6	4	-	3	4	11
P_8	11	6	8	18	7	8	3	-	6	7
P_9	9	13	4	9	5	9	4	6	-	12
P_{10}	12	8	8	15	11	10	11	7	12	-

Problema 13 Un distribuitor aprovizionează în fiecare zi 6 magazine de la depozitul central al firmei. Cunoscându-se distanțele dintre acestea, date în tabelul de mai jos, să se găsească traseul de durată minimă.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
P_1	-	23	24	22	19	22	26
P_2	23	-	18	24	25	23	19
P_3	24	18	-	18	17	17	23
P_4	22	24	18	-	19	24	21
P_5	19	25	17	19	-	21	22
P_6	22	23	17	24	21	-	26
P_7	26	19	23	21	22	26	-

5. REŢELE DE TRANSPORT

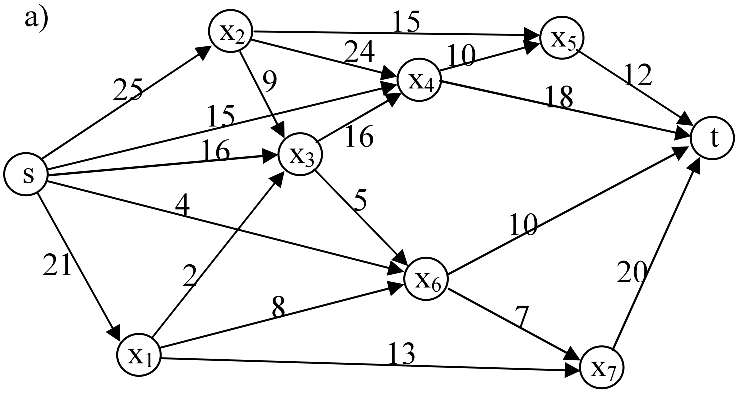
Problema 1. Într-o localitate de tranzit există două căi de intrare notate A şi B şi trei ieşiri M, N şi P. Din cauza deselor aglomerări de trafic primăria a făcut un studiu din care a reieşit că în orele de trafic maxim în oraş sosesc 1000 maşini pe oră la intrarea A şi 1200 la B şi părăsesc oraşul 600 prin ieşirea M, 700 prin N şi 900 prin P. Capacităţile şoselelor (maşini pe oră) care leagă intrările de ieşiri au fost centralizate în tabelul de mai jos:

	M	N	P
A	300	300	600
B	400	500	100

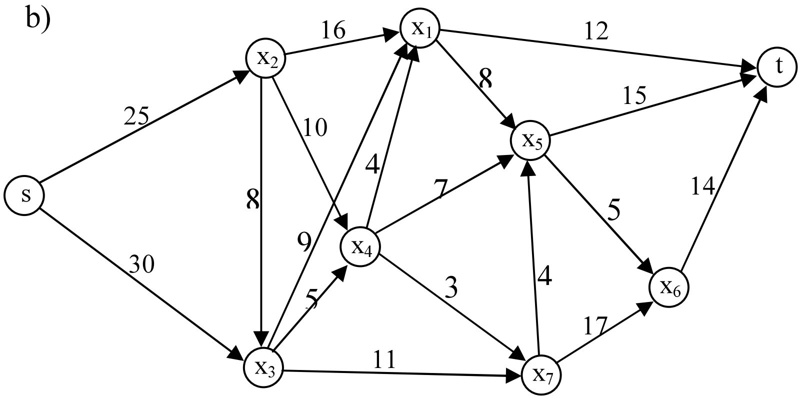
Să se găsească numărul maxim de maşini care pot tranzita prin localitate într-o oră şi ce soluţii de asigurare a necesarului pot fi date.

Problema 2. Să se găsească fluxurile minime şi maxime între nodurile s şi t din reţelele de transport de mai jos, apoi să se indice tăietura minimă corespunzătoare fluxului maxim.

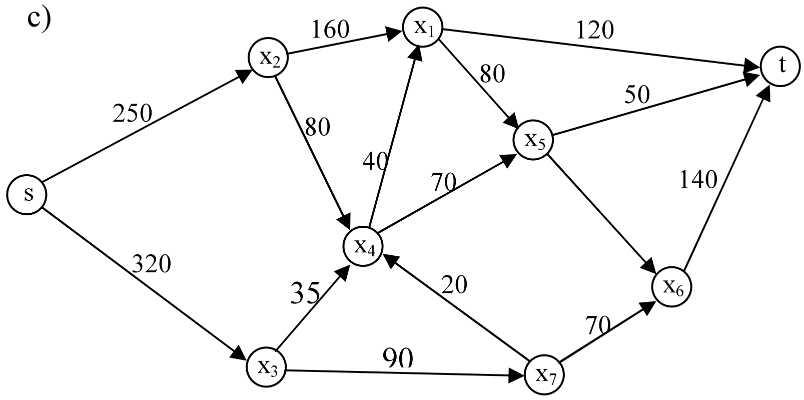
a)



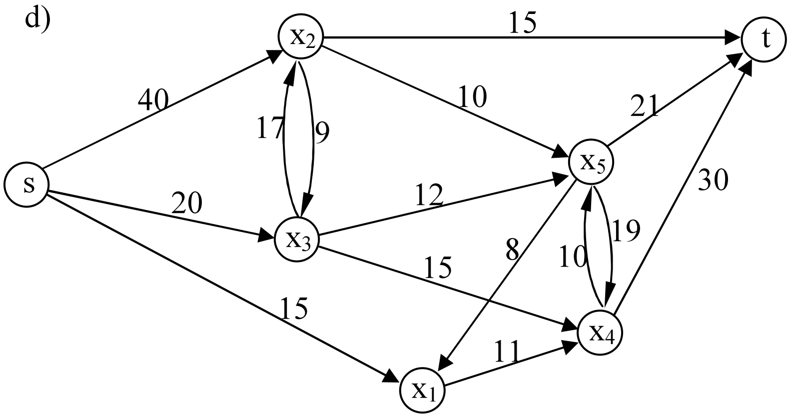
b)



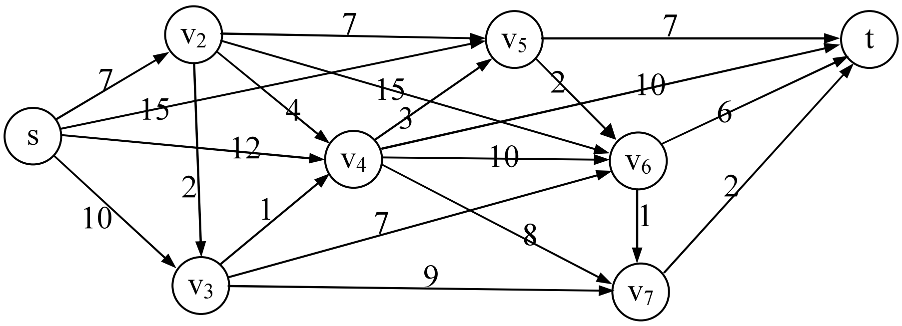
c)



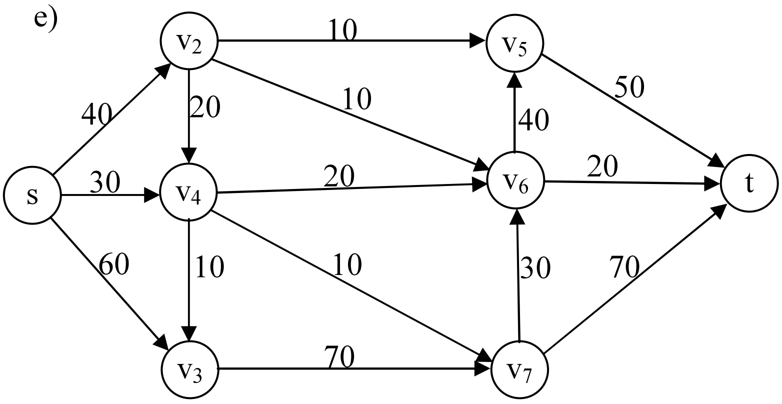
d)


s
x_2
x_3
x_1
x_5
x_4
t
40
20
15
15
17
9
10
12
15
8
21
19
10
30
11

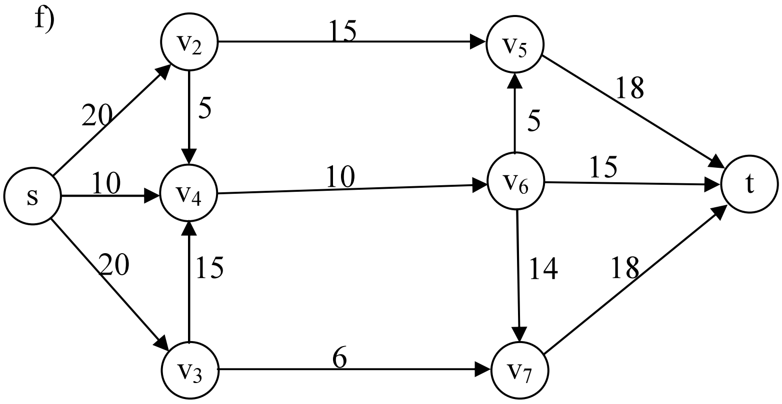
e)


s
v_2
v_3
v_4
v_5
v_6
v_7
t
7
15
12
10
7
15
4
2
1
7
9
3
10
10
8
2
7
6
1
2

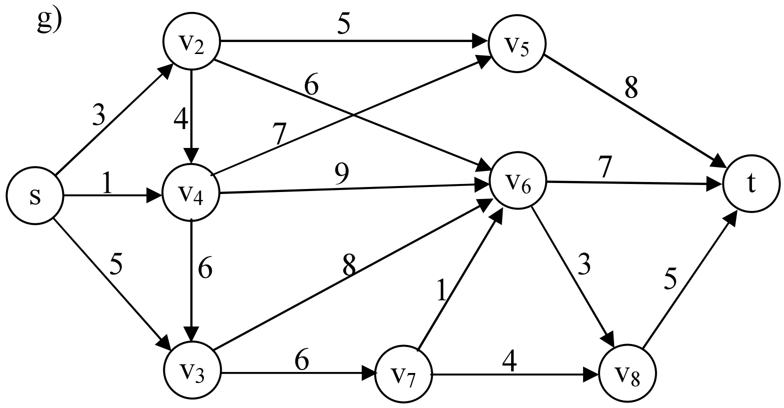
e)


s
v_2
v_4
v_3
v_5
v_6
v_7
t
40
30
60
10
20
10
20
10
10
70
40
30
50
20
70

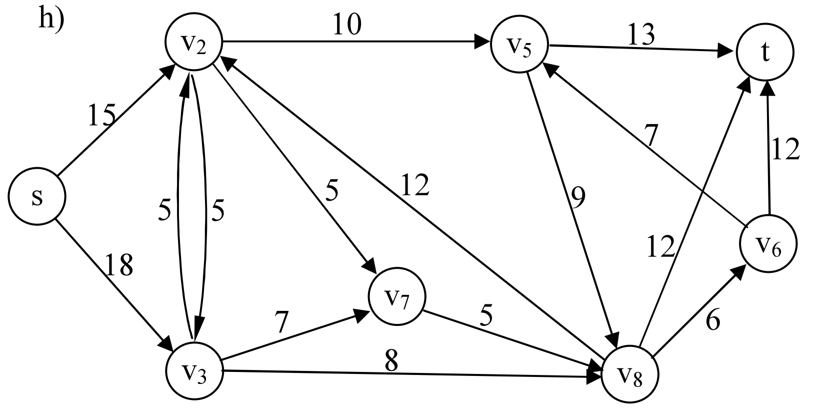
f)


s
v_2
v_4
v_3
v_5
v_6
v_7
t
20
10
20
15
5
15
10
6
5
18
15
14
18

g)



h)



Problema 3. Şantierele de construcţii S_1, S_2, S_3, S_4 se pot aproviziona cu ciment de la 5 centre C_1, C_2, C_3, C_4, C_5. În tabelul de mai jos au fost trecute: disponibilul fiecărui centru C_j, j=1,..,5 necesarul fiecărui şantier S_i, i=1,..,4 şi posibilitățile de transport (în t) între centre şi şantiere.

	S_1	S_2	S_3	S_4	Disponibil
C_1	-	60	25	30	100
C_2	-	36	-	33	105
C_3	70	24	29	-	130
C_4	80	-	50	40	170
C_5	40	-	45	55	115
Necesar	170	120	110	180	

Să se organizeze în aşa fel expedierile, încât să se satisfacă cererile celor 4 şantiere.

Problema 4. O fabrică dispune de 5 ateliere care sunt aprovizionate zilnic de la 4 magazii. Aprovizionarea se poate face doar în anumite limite cunoscute, cantitățile maxime care pot fi aduse de la fiecare magazie la ateliere fiind date în tabelul alăturat. Se doreşte organizarea aprovizionării de aşa natură încât să se asigure necesarul fiecărui atelier ținând cont de cantitățile limitate din fiecare depozit şi de posibilitățile de transport date în tabel.

	A_1	A_2	A_4	A_4	A_5	Disponibil
M_1	-	80	60	50	130	400
M_2	60	-	50	100	150	350
M_3	130	45	25	20	-	150
M_4	-	90	-	90	100	390
Necesar	180	150	100	200	300	

Problema 5. Să se găsească planul de aprovizionare zilnic prin care să se transporte cantitatea maximă din necesarul total al celor trei uzine prelucrătoare din cadrul unei întreprinderi, de la cele 2 centre de exploatare existente. Pentru aceasta au fost extrase din documentațiile existente următoarele date:

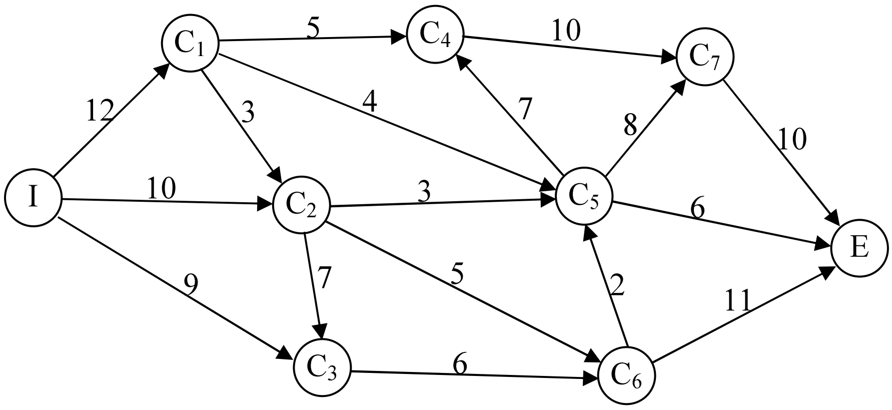
a. capacitățile zilnice de extracție ale utilajelor fiecărei exploatări: 15 respectiv 12 sute tone
b. necesarul zilnic pentru prelucrare al fiecărei uzine: 10, 7 respectiv 11 sute tone;
c. capacitățile zilnice maxime ale mijloacelor de transport dintre centrele de exploatare şi uzine, date în tabelul de mai jos:

	U_1	U_2	U_3
E_1	6	6	10
E_2	6	4	5

Problema 5. Îmbutelierea sticlelor de suc ale unei firme se face cu patru aparate speciale, transportul ingredientelor făcându-se de la 3 puncte de distribuție. Cunoscându-se capacitățile maxime de îmbuteliere ale aparatelor, posibilitățile maxime de aprovizionare cu ingrediente ale punctelor de distribuție şi capacitatea maximă a fiecărei rute de transport dintre acestea, date în tabelul de mai jos, să se organizeze distribuția în aşa fel încât să se obțină cantitatea maximă de butelii cu suc.

Puncte îmbuteliere / Puncte distribuție	B_1	B_2	B_3	Posibilități maxime de aprovizionare
P_1	80	90	60	100
P_2	80	70	20	120
P_3	90	60	10	160
Capacități maxime	90	200	90	

Problema 6. Pentru a fi încălzită, apa de la un agent termic este trecută de la punctul de colectare I la punctul de ieşire E spre beneficiari, printr-un sistem de conducte (reprezentat în graful de mai jos) care trec prin mai multe cazane C_i supuse sursei calorice. Cunoscându-se debitele maxime suportate de conducte (trecute pe fiecare arc) să se organizeze transportul apei de aşa natură prin acestea, încât să se obțină debitul maxim posibil la punctul E pentru distribuția la beneficiari.



Problema 6. Irigarea a trei terenuri T_1, T_2 şi T_3 se face cu apa din trei bazine B_1, B_2, B_3 printr-o rețea de canale. Cunoscându-se capacitățile maxime ale bazinelor, egale cu 1200, 1100 respectiv 1600 m^3, necesarul fiecărui teren, egal cu 1000, 1900 respectiv 1000 m^3/zi şi debitele canalelor, în m^3/zi, date în tabelul 1 de mai jos, să se determine:

a. cantitatea maximă care poate fi transportată la terenuri

b. Dacă poate fi asigurat întregul necesar şi dacă nu, cu cât;
c. Cât din necesarul fiecărui teren poate fi acoperit
d. Care este cea mai ieftină variantă de lărgire a canalelor prin care să se asigure necesarul tuturor terenurilor, dacă costurile, în milioane, necesare măririi fiecărui canal cu un debit de 10 m^3/zi sunt trecute în tabelul 2?

Tabelul 1

	T_1	T_2	T_3	Capacităţi
B_1	50	50	60	100
B_2	40	90	40	120
B_3	80	50	20	160
Necesar	90	200	90	

Tabelul 2

	T_1	T_2	T_3
B_1	3	7	2
B_2	5	8	3
B_3	4	6	5

Problema 6. Pentru construirea unui pasaj subteran într-o zonă foarte aglomerată, este necesară evacuarea cât mai rapidă a pământului dislocat, în condiţiile în care căile de acces la acesta sunt foarte înguste. Pentru o circulaţie rapidă s-a luat decizia ca fiecare cale de acces la locul construcţie să fie folosit ori numai pentru intrare ori numai pentru ieşire, alegându-se în acest sens două intrări şi trei ieşiri. Din observaţiile efectuate pe parcursul lucrului s-a observat că, dacă nu se face o organizare a plecărilor şi venirilor, se creează blocări ale unor căi de acces, în condiţiile în care celelalte sunt puţin folosite. De asemenea, în urma studierii situaţiei de pe teren s-a aflat, pentru fiecare intrare şi ieşire, numărul mediu de maşini care pot trece, pe oră, prin acestea. Din cauza formei şantierului, numărul de maşini care poate trece de la fiecare intrare la fiecare ieşire depinde de perechea intrare – ieşire considerată, acestea fiind date în tabelul de mai jos:

	E_1	E_2	E_3	maşini/oră
I_1	10	8	8	20
I_2	9	8	2	23
maşini/oră	20	15	8	

Să se organizeze de aşa natură direcţionarea maşinilor de la şantier spre ieşiri şi apoi spre intrări astfel încât să se poată folosi un număr maxim de maşini fără a apărea blocaje.

GESTIUNEA STOCURILOR

Problema 1. O autoservire are o cerere anuală (360 zile) de 200 t zahăr. Costul de lansare al unei comenzi este de 7200 lei iar costul de stocaj pe zi pentru o tonă de zahăr este 20 lei. În ipoteza că se admite o vânzare uniformă, că aprovizionarea se face în cantități egale la intervale egale şi că nu se permite lipsa zahărului din magazin, să se determine:

a. volumul optim al unei comenzi;
b. numărul optim de aprovizionări;
c. intervalele optime dintre două aprovizionări;
d. costul minim posibil cu aprovizionarea.

Problema 2. La un magazin se estimează că cererea lunară (30 zile) pentru o anumită marfă este de 3000 Kg. Costul zilnic de stocaj pentru 1 kg din marfa respectivă este de 10 lei, costul de lansare al unei comenzi este de 200 lei iar costul de penalizare este de 190 lei pe zi pentru fiecare kg lipsă. În ipoteza că se admite o vânzare uniformă, aprovizionarea se face în cantități egale la intervale egale să se determine:

a. volumul optim al unei comenzi;
b. stocul maxim optim din depozit;
c. numărul optim de aprovizionări;
d. intervalele optime dintre două aprovizionări;
e. în cât timp se epuizează marfa adusă la o aprovizionare;
f. dacă la un moment dat în magazin avem 300 kg marfă, după cât timp se va epuiza aceasta;
g. câte zile pe lună nu avem marfă în depozit;
h. costul minim posibil cu aprovizionarea.

Problema 3. În vederea unor studii de marketing, o agenție cumpără un calculator electronic. Calculatorul este dotat cu anumite circuite integrate care trebuie schimbate în caz de defectare. Se ştie că acest tip de circuite comandate odată cu calculatorul costă 10000 lei bucata, iar cu comandă specială costă 40000 lei bucata. Datele statistice arată următoarea cerere de circuite:

Circuite înlocuite (x)	0	1	2	3	4
Numărul de calculatoare cu x circuite înlocuite	1	2	4	2	1

În ipoteza costului de stocaj neglijabil în comparaţie cu celelalte costuri, să se determine stocul optim de circuite integrate comandate odată cu calculatorul precum şi costul minim posibil.

Problema 4. Se ştie că un anumit produs are o cerere lunară aleatoare dată în tabelul:

Cererea x în tone	1	2	3	4
Probabilitatea p(x)	0,2	0,3	0,4	0,1

În ipoteza că se admit cheltuieli de stocaj pe zi pentru o tonă de 10.000 lei şi că lipsa de stoc este penalizată cu 30.000 pe zi pentru o tonă lipsă, să se determine stocul optim şi costul minim posibil de stocare.

Problema 5. O întreprindere de import – export efectuează aprovizionarea cu diferite articole în toate semestrele. Costul de stocare al unui articol este de100 lei iar lipsa unui articol duce la o pierdere de 500 lei. Cererea zilnică este o variabilă aleatoare cu distribuţia:

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p(r)	0,01	0,05	0,08	0,12	0,16	0,16	0,18	0,14	0,08	0,02

Să se găsească cantitatea optimă care trebuie să se afle zilnic la începutul zilei în depozit.

Problema 6. Din date statistice se cunoaşte că cererea de fructe la o unitate pe o perioadă de 4 luni este o variabilă aleatoare cu distribuţia:

cererea r (în tone)	1	2	3	4
p(r)	0,2	0,3	0,4	0,1

Costul de stocare zilnic pentru tona de fructe este de 60 u.m iar lipsa fructelor aduce un prejudiciu de 540 u.m pentru o tonă de fructe lipsă. Să se determine stocul unităţii pentru care cheltuielile sunt minime.

Problema 7. O firmă de construcţii consumă anual 300.000 tone ciment. În tot timpul anului consumul este continuu şi uniform distribuit. Pe baza observaţiilor din anii anteriori se cunoaşte că stocarea cimentului necesită cheltuieli egale cu 6 lei/t · zi iar fiecare aprovizionare necesită pentru organizarea acesteia un cost de 1.440.000 lei/lot. Pentru simplificarea procedurii de aprovizionare firma hotărăşte ca aprovizionările să se facă la intervale egale cu cantităţi egale, urmând să se determine acele intervale şi cantităţi care, prin aplicare în practică, vor duce la un cost minim al întregii aprovizionări.

Firma îşi propune de asemenea să vadă dacă acceptarea unor perioade cu lipsă de stoc, în care se ştie că penalizările sunt în medie de 14 lei/tonă lipsă · zi, duce la economii de cost suficiente pentru a acoperi eventualele amenzi sau pierderi de clienţi datorate întârzierilor în efectuarea lucrărilor, estimate la 5.000.000 lei.

Problema 8. O întreprindere îşi propune să stabilească stocul optim de la începutul fiecărei săptămâni, de piese de schimb de un anumit tip, pentru care, pe baza unor înregistrări statistice anterioare, se cunoaşte că cererea săptămânală de piese de schimb este o variabilă aleatoare cu următoarea repartiţie:

Numărul de piese de schimb solicitate	0	1	2	3	4	5	6
probabilitatea	0,01	0,05	0,08	0,12	0,16	0,16	0,18

Cunoscându-se costul de stocare de 1000 lei/piesă · săptămână şi costul de penalizare corespunzător lipsei de piese de schimb de 200.000 lei/piesă lipsă, să se găsească varianta ce asigură costul mediu total minim.

Problema 9. Stocarea unei piese de mare consumaţie (400.000 unităţi/an) are un cost global de stocare c_s = 100 lei/unitate · zi. Să se determine mărimea lotului economic al unei comenzi n_0 şi perioada de reaprovizionare T_0 dacă cheltuielile fixe ale lansării unei comenzi sunt c_l = 720.000 lei, în condiţiile în care se doreşte obţinerea celei mai ieftine variante.

Să se studieze problema în două cazuri:

1. Dacă nu se admite ruptură de stoc;
2. Dacă se admite ruptură de stoc, în condiţiile unor penalizări unitare de 1000 lei pe zi pentru o unitate lipsă.

Problema 10. Un atelier de piese de schimb pentru automobile primeşte o comandă de la o uzină de automobile, de 100.000 tablouri de bord pe care trebuie să le livreze timp de un an. Să se determine ritmul cu care trebuie să-şi aprovizioneze stocul dacă nu se admit întârzieri în livrarea pieselor şi cererea uzinei de automobile are un ritm constant. Se cunosc:

– costul unitar de stocare c_s = 2000 lei/zi · unitate de produs;
– costul de lansare al unei comenzi c_l = 360.000.000 lei;

Să se studieze şi cazul în care s-ar admite întârzieri, cu penalizări unitare $c_p = 10c_s$.

Problema 11. O întreprindere are un ritm de producţie de 1000 piese/zi şi şi comercializează producţia pe o piaţă pe care se cunoaşte din perioadele precedente că cererea este aproximativ constantă, cu o medie egală cu 200 piese/zi. Producţia în exces se depozitează cu un cost de stocare unitar de 200 lei/piesă · zi iar cheltuielile ocazionate de o oprire – repornire a producţiei sunt de 1.000.000 lei. Pentru simplificarea organizării producţiei se decide ca intervalele de producţie şi staţionare să fie tot timpul aceleaşi, caz în care se cere găsirea acelor intervale care vor asigura organizarea producţiei cu un cost minim, în două variante:

1. dacă nu se admit perioade de nesatisfacere a cererii;
2. dacă se admit astfel de perioade, cu pierderi estimate de 6.000 lei/zi · piesă lipsă.

Problema 12. O întreprindere industrială trebuie să se aprovizioneze cu piese de schimb. Stocarea în întreprindere a unei astfel de piese de schimb costă 24.000 lei/zi iar în cazul în care, din cauza lipsei unei piese de acest tip, producţia ar fi oprită, pierderile ar fi de 450.000 lei /zi · piesă lipsă. Din observaţiile anterioare s-a observat că cererea de astfel de piese de schimb este o variabilă aleatoare cu funcţia de probabilitate:

Numărul de piese de schimb solicitate	0	1	2	3	4	5	6
probabilitatea	0	0,1	0,3	0,35	0,1	0,1	0,05

Se cere să se determine nivelul optim al stocului zilnic de piese de schimb, astfel încât costul total mediu zilnic al stocării pieselor şi al întreruperii procesului de producţie datorat lipsei de piese de schimb să fie minim.

Problema 13. Aceleaşi cerinţe de la problema 12 dacă funcţia de probabilitate ar fi:

Numărul de piese de schimb solicitate	0	1	2	3	4	5	6
probabilitatea	0,8	0,08	0,06	0,03	0,01	0,01	0,01

iar costurile unitare de stocare şi pierderile ar fi c_s = 800 lei/piesă · zi respectiv c_p = 160.000 lei/piesă lipsă · zi.

Problema 14. O uzină consumă anual 1000 tone tablă zincată pe baza unui plan de lucru constant, aprovizionându-se cu aceasta la intervale egale de timp, multiplii întregi de zile şi în cantităţi egale. Cunoscându-se costul unitar de depozitare al unei tone de tablă timp de o zi, egal cu 64.000 lei şi faptul că organizarea unei aprovizionări necesită cheltuieli în valoare de 160.000 lei, se cere:

1) În cazul că nu pot fi acceptate perioade de întrerupere a producţiei ca urmare a lipsei tablei zincate, să se găsească:
   a) cantitatea optimă care trebuie adusă la fiecare aprovizionare;
   b) perioada optimă de reaprovizionare
   c) cheltuielile totale minime necesare în acest caz

2) În cazul că pot fi acceptate perioade de întrerupere a producției ca urmare a lipsei tablei zincate, cu acceptarea unor pierderi unitare de 160 lei/kg · zi, să se găsească:
   a) cantitatea optimă care trebuie adusă la fiecare aprovizionare;
   b) perioada optimă de reaprovizionare
   c) durata totală a perioadelor de staționare a producției;
   d) cheltuielile totale minime necesare în acest caz.

Problema 15. Conducerea unei firme doreşte optimizarea activității de aprovizionare, studiind în acest sens mai multe variante de extindere a depozitului, de conservare a mărfii din acesta sau de angajare a unuia sau mai mulți magazioneri, rezultând situația de mai jos:

Varianta	Costul aplicării variantei/an	Costul unitar de stocare obținut
A	2.000.000	14
B	4.000.000	12
C	6.000.000	10
D	8.000.000	8
E	11.000.000	6
F	20.000.000	2

Cunoscându-se că aprovizionarea depozitului se face la intervale egale în cantități egale, cu o cantitate anuală de 100.000 articole, cheltuielile ocazionate de o aprovizionare fiind de 850.000 lei şi se admite ruptura de stoc, în condițiile unei penalizări unitare de 1.600 lei/zi · articol, să se găsească acea variantă care va duce la costul total anual cu întreaga aprovizionare, minim.

Problema 16. Un depozit de cărbuni trebuie să aprovizioneze 4 termocentrale anual cu 1.000.000 tone. Din observațiile anterioare s-a observat că cheltuielile cu stocarea mărfii sunt de 5.400.000 lei pe lună la o încărcare medie de 80% a capacității totale de 30.000 tone a depozitului, iar cheltuielile ocazionate de lansarea unei acțiuni de încărcare a depozitului sunt de 800.000 lei să se găsească modalitatea de aprovizionare a depozitului la intervale egale (în multipli întregi de zile) cu cantități egale, care ar duce la un cost total minim.

Problema 17. În fiecare săptămână, în magazia unui atelier se reîmprospătează cantitatea de piese de schimb necesare funcționării utilajelor din atelier. Să se stabilească pentru o piesă de schimb dată cantitatea de piese care ar trebui stabilită să se afle la începutul fiecărei săptămâni în depozit, dacă se cunoaşte că depozitarea acestora se face cu o cheltuială de c lei/zi/piesă iar în cazul epuizării stocului pentru fiecare piesă lipsă ar apărea pierderi de 15c lei/zi, astfel încât costul total să fie minim. Din observațiile anterioare a rezultat că numărul de piese necesare săptămânal este o variabilă aleatoare cu repartiția:

$$r: \begin{pmatrix} <28 & [28,32] & [33,37] & [38,42] & [43,47] & [48,52] & [53,57] & >57 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0 \end{pmatrix}$$

Care ar fi cantitatea optimă la începutul fiecărei perioade, dacă intervalul de aprovizionare ar fi de 2 săptămâni? Dar de 3 sau 4? Aceeaşi întrebare dacă s-ar face la 3 sau 4 zile. Cum pare să depindă, din datele obținute, costul total de lungimea perioadei fixe de reaprovizionare?

Problema 18. Să se determine valoarea medie a cheltuielilor în ipoteza că cererea este aleatoare, cu funcția de repartiție:

$$r: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0,9 & 0,05 & 0,02 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$$

cu o pierdere în cazul surplusului de stoc de 60.000 lei/piesă şi cu o penalizare de 1.200.000 lei/piesă lipsă.

Problema 19. Un depozit stochează produse de larg consum cu un cost de stocare $c_s = 2250$ lei/articol/săptămână. Lipsa unui articol duce la o pierdere de 36.000/articol/săptămână. Să se găsească cantitatea optimă cu care trebuie aprovizionat depozitul la începutul fiecărei săptămâni astfel încât să se obțină un cost global minim. Observațiile anterioare au arătat că cererea este o variabilă aleatoare a cărei repartiție urmează legea lui Poisson:

$$p(r) = \frac{e^{-3} \cdot 3^r}{r!}$$

Să se găsească, de asemenea, mărimile cererii care pot fi neglijate fără a modifica rezultatul.

Problema 20. Costul unitar al stocării unei piese într-un depozit depinde de cantitatea stocată astfel: $c_s = \begin{cases} 9{,}9 & \text{pentru } n \le 30.000 \\ 9{,}85 & \text{pentru } n > 30.000 \end{cases}$ lei/articol/zi, costul lansării unei comenzi fiind c_l = 80.000, în condițiile unei cereri anuale de 20.000.000 de articole. Dacă aprovizionarea se face la intervale egale cu cantități egale, să se găsească intervalul de reaprovizionare şi cantitatea adusă care vor duce la un cost global minim în două variante:

1) Dacă nu se admite ruptură de stoc
2) Dacă se admite, la o penalizare unitară de 1.500 lei/articol/zi.

De asemenea, să se răspundă la întrebările de mai sus, dacă aprovizionarea nu se poate face decât la intervale exprimate în numere întregi de zile.