

# ANEXE



---

## ANEXA I

### 1. Managementul Științific (Frederic Winslow Taylor)

**Frederic Winslow Taylor**, (1856-1915) a fost unul dintre primii care au încercat să creeze o știință a managementului necesară ca urmare a rapidei creșteri și diversificării a mijloacelor de producție care a urmat descoperirii forței aburului și a dezvoltării nemaîntâlnite a fluxului de materiale, populație și informație ca urmare a apariției căii ferate ce nu mai puteau fi controlate cu vechile tehnici de conducere. El a încercat să facă o sistematizare a comportamentului uman la locul de muncă luând ca model mașina, ca instrument ieftin, formată din părți interschimbabile, fiecare din acestea având o funcțiune specifică. El a încercat să facă la nivelul organizațiilor complexe umane ceea ce au făcut inginerii la nivelul firmei: fiecare om să îndeplinească o activitate specifică, pentru care se specializează reușind să o efectueze cu maximum de randament.

Aceasta revine la a descompune fiecare activitate în părțile ei elementare și a imagina apoi cea mai bună metodă de a efectua aceste părți. După găsirea variantei optime "inginerii" învață fiecare muncitor să efectueze doar acțiunea care îi este atribuită, fără a ști care este scopul întregii activități.

**Taylor** a încercat să analizeze științific fiecare aspect al activității studiate și să micșoreze pe cât posibil efectul diferențelor dintre oameni asupra rezultatelor muncii prin studierea interacțiunilor posibile dintre caracteristicile umane, mediul social, activitățile efectuate și modul de lucru, volumul producției, viteza de lucru și costul producției.

Rezultatele studiilor sale au afectat profund relațiile de producție prin creșterea spectaculoasă a productivității, prin apariția de noi departamente: inginerie industrială, de personal sau de control al calității, prin apariția separării și planificării activităților, prin înlocuirea eliminării erorilor prin încercări cu metode raționale de analiză etc., care au atras o formalizare și eficientizare a managementului.

De asemenea, ținând cont de criticile aduse metodei (dezumanizarea procesului de producție, minimizarea importanței talentului în activitatea de management, simplificarea exagerată a situațiilor posibile etc.) Taylor a studiat de asemenea aspecte legate de siguranța muncitorilor, de apariția și nivelul oboselii în desfășurarea activităților, de relația dintre mărimea și plasarea pauzelor de lucru, lungimea zilei de muncă și nivelul productivității și a convins multe companii că studiul atent al acestor factori poate îmbunătăți vizibil productivitatea.

Totuși, metoda, prin cronometrarea, înregistrarea, supravegherea continua și măsurarea fiecărei părți a activității muncitorilor, a ajuns rapid

---

să fie urâtă de aceștia, fapt care a dus la sabotaje și formarea de grupuri de rezistență.

În ciuda acestora, metoda managementului științific nu a dispărut ci doar a fost continuu revăzută, îmbunătățită și adaptată la noile condiții.

## 2. Teoria X și Teoria Y a lui Douglas McGregor

Douglas McGregor a fost unul dintre cei mai mari popularizatori ai metodei studierii relațiilor umane prin ale sale Teoria X și Teoria Y. El a descoperit că existau foarte mulți manageri care porneau în acțiunile lor de la niște ipoteze (numite de Douglas McGregor Teoria X) care păreau cu claritate a fi neadevărate conform studiilor în domeniu, aceste studii indicând ca valide o altă grupă de ipoteze privind comportamentul uman, grupate de Douglas McGregor în Teoria Y.

Cele două teorii sunt expuse în tabelul de mai jos:

| Theory X  | Theory Y  |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Munca este inerent neplăcută pentru majoritatea oamenilor</li> <li>• Majoritatea oamenilor nu sunt ambițioși, ei preferând să li se dea ordine decât să-și asume responsabilități</li> <li>• Cei mai mulți oameni nu au aptitudinile necesare rezolvării problemelor organizaționale</li> <li>• Motivația apare doar la nivel fiziologic și al siguranței personale</li> <li>• Cei mai mulți oameni trebuie controlați îndeaproape și deseori constrânși pentru a efectua activitățile necesare obținerii de către firmă a scopurilor propuse</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Munca este la fel de naturală ca joaca dacă se desfășoară în condiții favorabile</li> <li>• Autocontrolul este deseori indispensabil pentru atingerea scopurilor întreprinderii</li> <li>• Capacitatea de creație este răspândită în toată organizația</li> <li>• Motivația apare și la nivelul asocierii, stimei și autopregătirii nu numai la nivel fiziologic și al siguranței personale</li> <li>• Oamenii au inițiativă și creativitate dacă sunt motivați corespunzător</li> </ul> |

## 3. Frederick Herzberg - 2 Factor Hygiene and Motivation Theory

Teoria lui Frederick Herzberg privind motivația în relațiile interumane și la locul de muncă are două părți:

- Mediul de lucru

- Motivația

Factorii privind situația mediului de lucru cuprind:

- compania,
- regulile care trebuie respectate și modul în care sunt aplicate,
- modul în care oamenii sunt supravegheați și conduși în timpul lucrului,
- condițiile de muncă
- relațiile interpersonale,
- salariul,
- statutul salariatului
- siguranța la locul de muncă

Acești factori nu atrag prin ei însuși un nivel înalt al motivației dar lipsa lor atrage insatisfacția muncitorilor.

Factorii privind a doua parte a teoriei se referă la ceea ce fac efectiv muncitorii la locul de muncă. Factorii motivatori sunt:

- realizările,
- recunoașterea,
- avansarea în funcție
- competența în munca depusă.

*Efectele mediului de lucru asupra individului*

- el asigură cel puțin banii necesari nevoilor de bază ale angajaților (uneori mult mai mult);
- asigură un nivel mai mic sau mai mare al securității personale, un nivel mai mic fiind suplinit în mod normal de alte avantaje (materiale etc.);
- dă o anumită identitate angajatului, prin funcțiile pe care le îndeplinește acesta în organizație;
- asigură o viață socială, evadare din monotonie și plictiseală și o preocupare de-a lungul timpului petrecut la lucru;
- asigură un sentiment de împlinire și satisfacție a individului dacă munca depusă este creativă și incitantă.
- Asigură individului un statut în societate prin garanția pregătirii sale și importanța muncii depuse.

*Efectele mediului de lucru asupra grupurilor de lucru*

- el afectează moralul grupului
  - determină realizarea sau nerealizarea scopului propus
  - determină gradul de cooperare în grup
  - motivează grupul să dea tot ce poate
  - determină relațiile bune sau rele dintre membrii grupului
-

- determină relațiile dintre sindicat și conducere

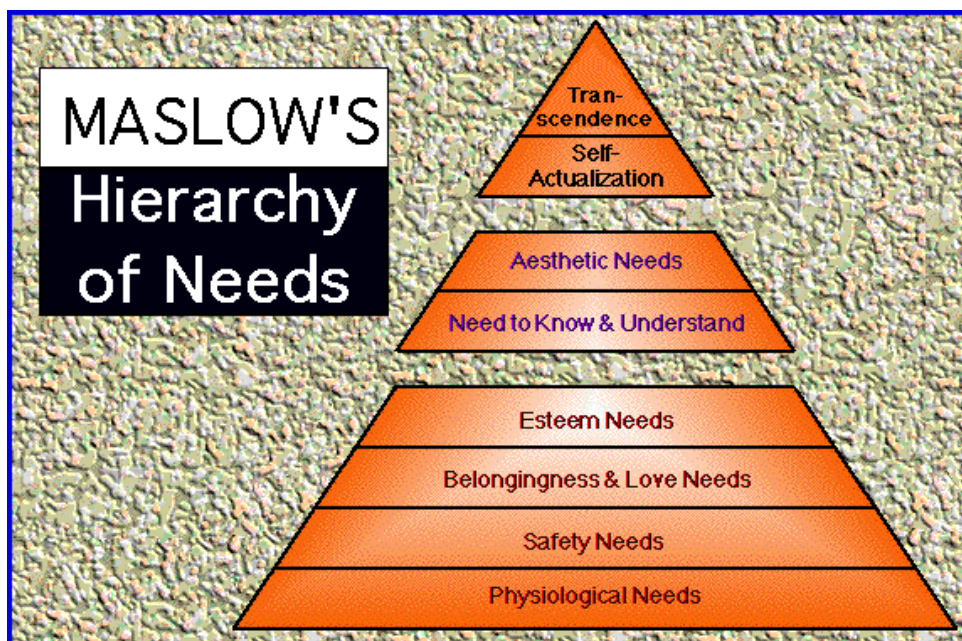
#### 4. Teoria ierarhică a lui Maslow

Abraham Maslow (1954) a încercat să sintetizeze mulțimea de studii existente la momentul respectiv privind motivația umană. Înaintea acestuia cercetarea era efectuată separat pe factori ca cei biologici, învățarea sau puterea pentru a explica cine stimulează, conduce și susține comportamentul individului. El a propus clasificarea acestor factori în 2 grupe:

- nevoi de acoperire a lipsurilor
- nevoi de dezvoltare

Primii factori au fost ierarhizați pe 4 niveluri, după cât de critică este nesatisfacerea acestora, indivizii trecând la satisfacerea factorilor de pe un nivel abia după ce au fost satisfăcute toate nevoile de pe straturile inferioare:

- 1) fiziologici: foamea, setea, sănătatea, etc.;
- 2) siguranța personală: eliminarea pericolelor;
- 3) Apartenență și iubire: asocierea cu alții, dorința de a fi acceptat etc;
- 4) Stima: să ai realizări, să fii competent, să câștigi aprobarea și recunoașterea celor din jur.



Al doilea grup de factori cuprinde:

- 5) Nevoia de cunoaștere: de a ști, a înțelege și a explora;

- 6) Nevoi estetice: de simetrie, de ordine și de frumusețe;
- 7) Autorealizare: de împlinire și de utilizare a întregului potențial;
- 8) Transcendente: de a ajuta pe alții să se împlinească și să-și atingă potențialul maxim

Maslow considera că cu cât un om devine mai realizat și altruist cu atât devine mai înțelept și va ști să se descurce în aproape orice situație.

Modelul lui Maslow poate de asemenea fi folosit pentru a descrie de ce fel de informații are nevoie un individ în funcție de nivelul la care se află satisfacerea nevoilor sale:

- 1) fiziologici - doar informații direct legate de rezolvarea nevoilor sale
- 2) siguranța personală – informații despre cum poate fi în siguranță
- 3) Apartenență și iubire – materiale instructive sau informative
- 4) Stima - informații privind dezvoltarea eului propriu
- 5-6-7) - informații privind îmbunătățirea și înfrumusețarea propriei vieți
- 8) - informații despre cum poate fi îmbunătățită și înfrumusețată viața celorlalți

Maslow și-a publicat primele studii în 1943 și în ciuda lipsei unei baze de experimente care să-i susțină afirmațiile teoria sa s-a bucurat de o largă acceptare din partea celorlalți cercetători și au apărut o mulțime de alte studii care acceptau ideea de ierarhizare a motivațiilor individului, propunând doar alte moduri de clasificare ale acestora. Dintre acestea amintim teoria lui Alderfer (1972) numită ERG (existență, relații, dezvoltare (growth)):

| Nivel al nevoii   | Definiție   | Trăsături  |
|-------------------|---|--|
| <b>Dezvoltare</b> | Îndeamnă individul la a fi creativ și productiv                                 | Satisfacția este dată de reușita în rezolvarea problemelor care atrage o stare de împlinire a vieții omului                                    |
| <b>Relații</b>    | Implică relațiile cu anumiți oameni (cei importanți pentru persoana respectivă) | Satisfacția este dată de împărtășirea gândurilor și sentimentelor, de înțelegerea celor din jur, de aprobarea și acceptarea acțiunilor proprii |
| <b>Existența</b>  | Include toate aspectele materiale și nevoile fiziologice                        | Câștigul unuia este pierderea altuia în condițiile unor resurse limitate   |

Introducând în ierarhizare și distincția introvertit-extrovertit în ceea ce privește tipurile umane obținem ierarhizarea:

---

| Nivel             | Introvertit  | Extrovertit   |
|-------------------|--|---|
| <b>Dezvoltare</b> | Autorealizarea: dezvoltarea competențelor: cunoștințe, atitudini și aptitudini și a caracterului persoanei | Transcendența (ajutarea celorlalți în dezvoltarea competențelor și a caracterului |
| <b>Relații</b>    | Identificarea cu grupul, apartenența la un grup  | Stima celorlalți  |
| <b>Existența</b>  | Nevoi fiziologice, biologice, emoționale   | conectivitatea cu ceilalți, securitatea proprie                                   |

Deși nevoile sunt identificate în general la fel de toți cercetătorii nu există nici pe departe o punere de acord între acestea în ceea ce privește clasificarea acestora sau ierarhizarea lor. Astfel,

Deci și Ryan (1991) sugerează trei grupuri nevoi (fără a exista neapărat o ierarhizare a acestora): nevoia de autonomie, nevoia de competență și nevoia relațiilor cu ceilalți. Thompson, Grace și Cohen (2001) consideră că cele mai importante pentru copii sunt conectivitatea, recunoașterea și puterea.

Franken (2001) sugerează chiar că această lipsă de acord între cercetători derivă mai degrabă din diferențele dintre cercetători decât din diferențele dintre oameni.

Totuși, din toate cele spuse mai sus, cel mai practic pare a fi să întrebăm pur și simplu direct oamenii ce nevoi au decât să-i încadrăm într-o teorie sau alta.



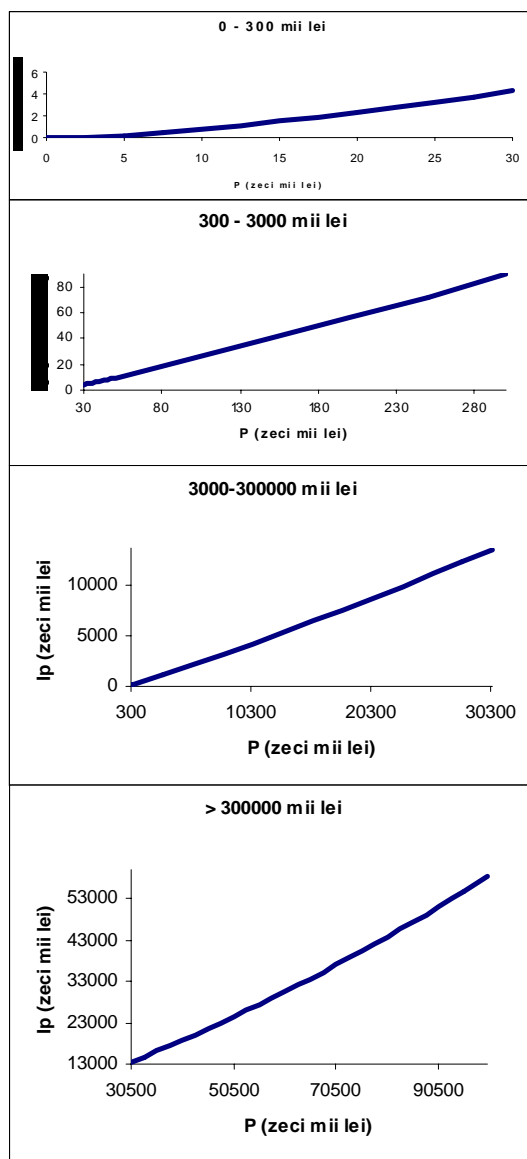
## ANEXA 2

## COTELE de impozit pe profit (Legea 12 din 30 ianuarie 1991)

| Profit anual           | Cota medie de impozit % | Modul de calcul al impozitului            |
|------------------------|-------------------------|---|
| pina la 25.000 lei     | scutit                  | -   |
| 25001-50000 lei        | 2,50                    | 0 + 5% pentru partea care depaseste 25000 |
| 50001-75000 lei        | 2,50- 5,66              | 1250+12% ppcd 50000                       |
| 75001-100000 lei       | 5,66- 7,50              | 4250+13% ppcd 75000                       |
| 100001-125000 lei      | 7,50- 8,80              | 7500+14% ppcd 100000                      |
| 125001-150000 lei      | 8,80- 9,83              | 11000+15% ppcd 125000                     |
| 150001-175000 lei      | 9,83-10,71              | 14750+16% ppcd 150000                     |
| 175000-200000 lei      | 10,71-11,50             | 18750+17% ppcd 175000                     |
| 200001-225000 lei      | 11,50-12,22             | 23000+18% ppcd 200000                     |
| 225001-250000 lei      | 12,22-12,90             | 27500+19% ppcd 225000                     |
| 250001-275000 lei      | 12,90-13,54             | 32250+20% ppcd 250000                     |
| 275001-300000 lei      | 13,54-14,16             | 37250+21% ppcd 275000                     |
| 300001-325000 lei      | 14,16-14,77             | 42500+22% ppcd 300000                     |
| 325001-350000 lei      | 14,77-15,36             | 48000+23% ppcd 325000                     |
| 350001-375000 lei      | 15,36-15,93             | 53750+24% ppcd 350000                     |
| 375001-400000 lei      | 15,93-16,50             | 59750+25% ppcd 375000                     |
| 400001-425000lei       | 16,50-17,06             | 66000+26% ppcd 400000                     |
| 425001-450000lei       | 17,06-17,61             | 72500+27% ppcd 425000                     |
| 450001-475000lei       | 17,61-18,16             | 79250+28% ppcd 450000                     |
| 475001-500000lei       | 18,16-18,70             | 86250+29% ppcd 475000                     |
| 500001-1000000lei      | 18,70-24,35             | 93500+30% ppcd 500000                     |
| 1000001-1500000lei     | 24,35-26,57             | 243500+31% ppcd 1000000                   |
| 1500001-2000000lei     | 26,57-27,92             | 398500+32% ppcd 1500000                   |
| 2000001-2500000lei     | 27,92-28,94             | 558500+33% ppcd 2000000                   |
| 2500001-3000000lei     | 28,94-29,78             | 723500+34% ppcd 2500000                   |
| 3000001-3500000lei     | 29,78-30,53             | 893500+35% ppcd 3000000                   |
| 3500001-4000000lei     | 30,53-31,21             | 1068500+36% ppcd 3500000                  |
| 4000001-4500000lei     | 31,21-31,85             | 1248500+37% ppcd 4000000                  |
| 4500001-5000000lei     | 31,85-32,47             | 1433500+38% ppcd 4500000                  |
| 5000001-30000000lei    | 32,47-37,91             | 1623500+39% ppcd 5000000                  |
| 30000001-55000000lei   | 37,91-38,86             | 11373500+40% ppcd 30000000                |
| 55000001-80000000lei   | 38,86-39,53             | 21373500+41% ppcd 55000000                |
| 80000001-105000000lei  | 39,53-40,11             | 31623500+42% ppcd 80000000                |
| 105000001-130000000lei | 40,11-40,67             | 42123500+43% ppcd 105000000               |
| 130000001-155000000lei | 40,67-41,20             | 52873500+44% ppcd 130000000               |
| 155000001-180000000lei | 41,20-41,74             | 63873500+45% ppcd 155000000               |
| 180000001-205000000lei | 41,74-42,25             | 75123500+46% ppcd 180000000               |
| 205000001-230000000lei | 42,25-42,77             | 86623500+47% ppcd 205000000               |
| 230000001-255000000lei | 42,77-43,28             | 98373500+48% ppcd 230000000               |
| 255000001-280000000lei | 43,28-43,79             | 110373500+49% ppcd 255000000              |
| 280000001-305000000lei | 43,79-44,30             | 122623500+50% ppcd 280000000              |
| 305000001-330000000lei | 44,30-44,81             | 135123500+51% ppcd 305000000              |
| 330000001-355000000lei | 44,81-45,31             | 147873500+52% ppcd 330000000              |
| 355000001-380000000lei | 45,31-45,82             | 160873500+53% ppcd 355000000              |
| 380000001-405000000lei | 45,82-46,32             | 174123500+54% ppcd 380000000              |
| 405000001-430000000lei | 46,32-46,83             | 187623500+55% ppcd 405000000              |
| 430000001-455000000lei | 46,83-47,33             | 201373500+56% ppcd 430000000              |
| 455000001-480000000lei | 47,33-47,83             | 215373500+57% ppcd 455000000              |
| 480000001-505000000lei | 47,83-48,34             | 229623500+58% ppcd 480000000              |
| 505000001-530000000lei | 48,34-48,84             | 244123500+59% ppcd 505000000              |
| 530000001-555000000lei | 48,84-49,34             | 258873500+60% ppcd 530000000              |
| 555000001-580000000lei | 49,34-49,85             | 273873500+61% ppcd 555000000              |
| 580000001-605000000lei | 49,85-50,35             | 289123500+62% ppcd 580000000              |
| 605000001-630000000lei | 50,35-50,85             | 304623500+63% ppcd 605000000              |
| 630000001-655000000lei | 50,85-51,35             | 320373500+64% ppcd 630000000              |
| 655000001-680000000lei | 51,35-51,85             | 336373500+65% ppcd 655000000              |
| 680000001-705000000lei | 51,85-52,35             | 352623500+66% ppcd 680000000              |
| 705000001-730000000lei | 52,35-52,85             | 369123500+67% ppcd 705000000              |
| 730000001-755000000lei | 52,85-53,36             | 385873500+68% ppcd 730000000              |
| 755000001-780000000lei | 53,36-53,86             | 402873500+69% ppcd 755000000              |
| 780000001-805000000lei | 53,86-54,36             | 420123500+70% ppcd 780000000              |
| 805000001-830000000lei | 54,36-54,86             | 437623500+71% ppcd 805000000              |

|                        |             |                              |
|------------------------|-------------|------------------------------|
| 830000001-855000000lei | 54,86-55,36 | 455373500+72% ppcd 830000000 |
| 855000001-880000000lei | 55,36-55,86 | 473373500+73% ppcd 855000000 |
| 880000001-905000000lei | 55,86-56,37 | 491623500+74% ppcd 880000000 |
| 905000001-930000000lei | 56,37-56,86 | 510123500+75% ppcd 905000000 |
| 930000001-955000000lei | 56,86-57,37 | 528873500+76% ppcd 930000000 |
| peste 955000000 lei    | 57,37       | 547873500+77% ppcd 955000000 |

În figura de mai jos este reprezentată valoarea impozitului ca funcție de valoarea profitului



Din această figură se observă că rata de impozitare a fost din ce în ce mai mare pe măsura creșterii profitului. Scopul Legii 12 din 30 ianuarie 1991, prin care au fost fixate aceste cote, era evident de a crește valoarea impozitelor directe încasate de stat. Totuși, valoarea reală a acestora a fost mult mai mică,

firmele făcând tot posibilul să mascheze profitul obținut, astfel încât, în anul 1994 aproape toate firmele din setul de date privind industria textilă raportau un profit negativ (pierdere).

După legea 73/1994 prin care se fixa o rată de impozitare constantă de 38% se observă pentru toate firmele o creștere a valorii profitului raportat.

Bineînțeles că acest fenomen poate fi determinat de o multitudine de alți factori, cum este de exemplu vârful pe care l-a atins rata inflației în 1994 (91,4%) sau celelalte tipuri de taxe și impozite, dar corelația observată este semnificativă în ceea ce privește influența politici fiscale asupra evoluției economiei.

---

## ANEXA 3

### 1. Problema de conducere optimală (PCO)

În toate modelele dinamice de conducere optimală a firmei expuse în capitolul 3 precum și în modelul propus de autor rezolvarea matematică se reduce la rezolvarea unei probleme de control optimal pe un orizont finit (Ludwig, Van Hill, noul model) sau infinit (Lesourn-Leban) de timp, în condițiile unei evoluții continue sau discrete a variabilelor. În cazurilor în care s-a făcut ipoteza de evoluție continuă a variabilelor rezolvarea s-a făcut apelându-se la metoda bazată pe principiul lui Ponreaghin.

Din acest motiv este necesară o scurtă expunere a problemei de control optimal precum și a principiului lui Ponreaghin.

Principalul element al modelului matematic al *problemei de conducere optimală* (PCO) este *ecuația de dinamică a procesului*, aceasta putând fi reprezentată în *timp discret* sau în *timp continuu*, formă *unidimensională* (spațiul stărilor  $X$  are dimensiunea 1) sau *multidimensională* ( $X \subseteq \mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 2$ ).

#### 1.1 Modelul PCO pentru sisteme continue

În cazul continuu, ecuația de dinamică este un sistem de ecuații diferențiale:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

unde:

$$x(t) \in X \subseteq \mathbb{R}^n, x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$$

este vectorul coloană al celor  $n$  variabile de stare care descriu evoluția sistemului,

$$u(t) \in U \subseteq \mathbb{R}^m, u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))^T$$

este vectorul celor  $m$  variabilelor de decizie iar funcția

$$f: \mathbb{R}^{n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}^n, f(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t))^T$$

este o funcție vectorială cu  $n$  componente.

Prin *strategie de conducere* a sistemului vom desemna un ansamblu de decizii luate pe orizontul de timp  $[0, T]$  pentru conducerea sistemului în raport cu obiectivele fixate, sub condiționările date de resursele disponibile în fiecare moment de timp și cele normativ-legislative. Vom nota o strategie de conducere cu:

$$\sigma_{[0, T]} = \{u(t) / u(t) \in U \subseteq \mathbb{R}^m, t \in [0, T]\}$$

Scopul analizei matematice a modelului este găsirea strategiei optime

de conducere conform unui criteriu de optimizare  $O(u)$  de forma:

$$O(u) = \int_0^T h(x(t), u(t), t) dt + g(T, x(T))$$

unde  $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  este *componenta finală a criteriului* și reflectă costul (profitul) implicat de obiectivul atingerii stării finale  $x(T)$  iar  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  este *suma "costurilor"* (pentru minim) sau *a "profiturilor"* (pentru maxim) înregistrate pe perioada  $[0, T]$  prin funcționarea sistemului pe baza deciziilor  $\{u(t)\}_{t \in [0, T]}$  și a nivelelor de evoluție  $\{x(t)\}_{t \in [0, T]}$  generate de aceste decizii și sunt funcționale oarecare, în general neliniare.

În cazul continuu problema de control optimal are forma:

$$\max(\min) O(u) = \int_0^T h(x(t), u(t), t) dt + g(T, x(T))$$

dacă variabilele de stare și de comandă trebuie să verifice:

a) **Ecuatiile de dinamică** a stărilor sistemului:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad x(0) = x_0 \text{ dat}$$

și eventual:

b) **restricțiile momentane** de tip inegalitate sau egalitate:

$$\begin{cases} h_k(x(t), u(t), t) \leq d_k(t), & k = 1, \dots, K_1 \\ h_k(x(t), u(t), t) = d_k(t), & k = K_1 + 1, \dots, K_1 + K_2 \end{cases}$$

c) **restricții globale** de tip inegalitate sau egalitate:

$$\begin{cases} \int_0^T h_k(x(t), u(t), t) dt + g_k(T, x(T)) \leq D_k, & k = K_1 + K_2 + 1, \dots, K_1 + K_2 + K_3 \\ \int_0^T h_k(x(t), u(t), t) dt + g_k(T, x(T)) = D_k, & k = K_1 + K_2 + K_3 + 1, \dots, K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \end{cases}$$

Se observă că funcționale globale sunt constituite, ca și funcția obiectiv, din două componente: o sumă a "consumurilor" din resursele

respective pe perioada  $[0, T]$ ,  $\int_0^T h_k(x(t), u(t), t) dt$ , generate de strategia  $\sigma_{[0, T]} =$

$\{\tilde{u}(t) \mid \tilde{u}(t) \in U \subseteq \mathbb{R}^m, t \in [0, T]\}$ , fundamentată de organismul de conducere, care induce traiectoria de evoluție a sistemului  $x(t)$  și componenta finală  $g_k(T, x(T))$  care reflectă "consumul" din resursa  $k$  pentru atingerea obiectivului final  $x(T)$ .

Numărul restricțiilor momentane de tip inegalitate este  $K_1$ , cele de tip egalitate sunt  $K_2$ , disponibilul la fiecare moment de tip  $t$  este  $d_k(t)$ ,  $k = 1, \dots, K_1 + K_2$  iar disponibilul din resursele globale este  $D_k$ , pe întreaga perioadă,  $k = K_1 + K_2 + 1, \dots, K_1 + K_2 + K_3 + K_4$ .

## 1.2 Modelul PCO pentru sisteme discrete

În cazul discret, ecuația de dinamică este un sistem de ecuații cu diferențe finite:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t, t)$$

și *strategia de conducere* a sistemului va fi aleasă dintr-o mulțime de vectori cu  $T + 1$  componente, constituită din toate strategiile admisibile:

$$\sigma_{[0,T]} = \{ \tilde{u}_t \mid \tilde{u}_t \in U \subseteq \mathbb{R}^m, t \in [0, 1, \dots, T] \}$$

Scopul analizei matematice a modelului este găsirea strategiei optime de conducere conform unui criteriu de optimizare  $O(u)$  de forma:

$$O(u) = \sum_{t=0}^{T-1} h(x_t, u_t, t) + g(T, x_T)$$

Problema de control optimal are forma:

$$\max(\min) O(u) = \sum_{t=0}^{T-1} h(x_t, u_t, t) + g(T, x_T)$$

dacă variabilele de stare și de comandă trebuie să verifice:

a) **Ecuatiile de dinamică** a stărilor sistemului:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t, t), \quad x_0 \text{ dat}$$

și eventual:

b) **restricțiile momentane** de tip inegalitate sau egalitate:

$$\begin{cases} h_k(x_t, u_t, t) \leq d_k(t) & , k = 1, \dots, K_1 \\ h_k(x_t, u_t, t) = d_k(t) & , k = K_1 + 1, \dots, K_1 + K_2 \end{cases}$$

c) **restricții globale** de tip inegalitate sau egalitate:

$$\begin{cases} \sum_{t=0}^{T-1} h_k(x_t, u_t, t) + g_k(T, x_T) \leq D_k & , k = K_1 + K_2 + 1, \dots, K_1 + K_2 + K_3 \\ \sum_{t=0}^{T-1} h_k(x_t, u_t, t) + g_k(T, x_T) = D_k & , k = K_1 + K_2 + K_3 + 1, \dots, K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \end{cases}$$

În continuare va fi prezentat principiul lui Ponreaghin, utilizat pentru rezolvarea problemelor de control optimal continui sau discrete.

## 2. Principiul lui Ponreaghin pentru sisteme dinamice continue

Una din metodele de rezolvare a problemelor de control optimal este cea care utilizează *principiul maximului al lui Ponreaghin* și a fost formulată în perioada 1956-1960. Ea se bazează pe următoarea teoremă:

**Teorema 1.** (*Principiul lui Ponreaghin*).

Dacă  $\bar{x}(t)_{t \in [0, T]}$  este *traiectoria optimă* de evoluție corespunzătoare strategiei optime  $\bar{\sigma}_{[0, T]} = \{\bar{u}(t)_{t \in [0, T]}\}$ , atunci există  $n$  funcții  $\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_n(t)$  de clasă  $C^1$ , numite variabile adjuncte, atașate ecuațiilor de dinamică și constanta  $\lambda_0 \in \mathbb{R}$ , astfel încât funcția:

$$H: \mathbb{R}^{2n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}, \quad H(x(t), u(t), t) = \lambda_0 \cdot b(x(t), u(t), t) + \sum_{i=1}^n \psi_i(t) \cdot f_i(t)$$

numită funcția hamiltonian, își *atinge maximul*, de-a lungul traiectoriei optime  $\bar{x}(t)$ , pentru decizia optimă  $\bar{u}(t)$ , adică:

$$\max_{u(t) \in U} H(\bar{x}(t), u(t), \bar{\psi}(t), t) = H(\bar{x}(t), \bar{u}(t), \bar{\psi}(t), t)$$

unde  $U$  este mulțimea deciziilor posibile, iar variabilele adjuncte sunt date de sistemul de ecuații diferențiale:

$$\dot{\psi}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad \psi(T) = \lambda_0 \cdot \frac{\partial g}{\partial x}(T)$$

și parametrul  $\lambda_0 = \begin{cases} 1 & \text{dacă problema e de maxim} \\ -1 & \text{dacă problema e de minim} \end{cases}$ .

Pe baza acestei teoreme a fost construit următorul algoritm de rezolvare a unei probleme de control optimal:

**pasul 1.** Dacă sistemul de restricții conține și restricții globale atunci pentru fiecare restricție globală se introduce o variabilă de stare suplimentară:

$$x_k(t) = \int_0^T h_k(x(t), u(t), t) dt$$

care va verifica, conform restricției cărei îi corespunde, ecuația diferențială:

$$\dot{x}_k(t) = h_k(x(t), u(t), t)$$

și condițiile:

$$x_k(0) = 0 \text{ și } x_k(T) + g_k(x(T), T) = D_k \text{ (sau } x_k(T) + g_k(x(T), T) \leq D_k)$$

după cum restricția corespunzătoare a fost egalitate sau inegalitate.

Dacă nu există restricții globale atunci se trece direct la pasul 2.

**pasul 2.** Se construiește lagrangeanul atașat problemei de programare matematică:

$$\max(\min)_u H(x(t), u(t), \psi(t), t)$$

$$\begin{cases} h_k(x(t), u(t), t) \leq d_k(t) & , k = 1, \dots, K_1 \\ h_k(x(t), u(t), t) = d_k(t) & , k = K_1 + 1, \dots, K_1 + K_2 \end{cases}$$

adică funcția:

$$L(x(t), u(t), \psi(t), \mu(t), t) = H(x(t), u(t), \psi(t), t) + \sum_{k=1}^{K_1+K_2} \mu_k(t) \cdot (h_k(x(t), u(t), t) - d_k(t))$$

**pasul 3.** Dacă există numai restricții momentane de tip egalitate atunci se rezolvă problema ca o problemă de extrem cu legături rezolvând sistemul algebric:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial u} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} = 0 \end{cases}$$

iar dacă există și restricții momentane de tip inegalitate se rezolvă sistemul de condiții Kuhn-Tucker:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial u} \geq 0 & \frac{\partial L}{\partial u} \cdot u = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} \leq 0 & \frac{\partial L}{\partial \mu} \cdot \mu = 0 \\ u \geq 0 & \mu \geq 0 \end{cases}$$

obținând în final variabilele de comandă  $u$  în funcție de variabilele de stare  $x$  și variabilele de adjuncte  $\psi$ :

$$u = u(x, \psi)$$



**pasul 4.** Se rezolvă sistemul de ecuații diferențiale:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(x(t), \psi(t)), t), & x(0) = x_0 \\ \dot{\psi}(t) = -\frac{\partial L}{\partial x}, & \psi(T) = \lambda_0 \cdot \frac{\partial g}{\partial x}(T) \end{cases}$$

în care am înlocuit variabilele de comandă cu expresiile găsite la pasul 3, obținând evoluția variabilelor de stare  $\bar{x}(t)$  și a variabilelor adjuncte  $\bar{\psi}(t)$ .

**pasul 5.** Se găsească comenzile optime  $\bar{u}(t) = u(\bar{x}(t), \bar{\psi}(t))$  și în final extremul funcției obiectiv:

$$O(\bar{u}(t)) = \int_0^T h(\bar{x}(t), \bar{u}(t), t) dt + g(T, \bar{x}(T))$$

### 3. Principiul lui Ponreaghin pentru sisteme dinamice discrete

Metoda se bazează pe o teoremă asemănătoare celei din cazul continuu. Fie  $(PCO_D)$  o problemă de control optimal discretă fără restricții globale. Atunci are loc teorema:

#### **Teorema 2 (Principiul lui Ponreaghin pentru $(PCO_D)$ )**

Dacă  $\{\tilde{x}_t\}_{t=1, \overline{T}}$  este *traectoria optimă de evoluție* corespunzătoare *strategiei optime*  $\tilde{\sigma}_{(0,T)} = \{\tilde{u}_t\}_{t=0, \overline{T-1}}$ , atunci există  $n$  funcții  $\psi_t^1, \dots, \psi_t^n$  – numite variabile adjuncte, definite pe mulțimea  $\{0, 1, 2, \dots, T\}$ , fiecare  $\psi_t^j$  atașat restricției de dinamică corespunzătoare și scalarul  $\lambda_0 \in \mathbb{R}$  nenul, astfel încât funcția hamiltonian:

$$H: \mathbb{R}^{2n+m+1} \rightarrow \mathbb{R}, \quad H(x_t, u_t, \psi_t) = \lambda_0 \cdot b(x_t, u_t, t) + \sum_{i=1}^n \psi_t^i \cdot f_i(x_t, u_t, t)$$

își atinge maximul, de-a lungul traiectoriei optime  $\{\tilde{x}_t\}_{t=1, \overline{T}}$ , pe mulțimea strategiilor admisibile  $\tilde{\sigma}_{(0,T)} = \{u_t \in U, t \in [0, T-1]\}$ ,  $U$  fiind tronsonul generat de restricțiile momentane, *pentru strategia optimă*  $\tilde{\sigma}_{(0,T)}$ , adică:

$$\max_{u_t \in U} H(\tilde{x}_t, u_t, \tilde{\psi}_t, t) = H(\tilde{x}_t, \tilde{u}_t, \tilde{\psi}_t, t)$$

Variabilele adjuncte  $\psi_t^1, \dots, \psi_t^n$  verifică sistemul de ecuații cu diferențe finite și condiții la limită finale:

$$\begin{cases} \psi_{t-1}^j = \frac{\partial H(\cdot)}{\partial x^j}(\tilde{x}_t, \tilde{u}_t, \psi_t, t), & j = \overline{1, n}, t = \overline{1, T} \\ \psi_T^j = \lambda_0 \cdot \frac{\partial g_0}{\partial x^j}(\tilde{x}_T, T), & j = \overline{1, n} \end{cases}$$

și parametrul  $\lambda_0 = \begin{cases} 1 & \text{pentru PCO de maxim} \\ -1 & \text{pentru PCO de minim} \end{cases}$ .

Algoritmul de rezolvare a PCO<sub>D</sub> este similar celui din cazul continuu:

**Pasul 1)** Se scrie hamiltonianul

**Pasul 2)** Se rezolvă problema:

$$\max_{u_t \in U} H(x_t, u_t, \psi_t, t)$$

unde U este tronsonul determinat de restricțiile momentane.

În funcție de mulțimea de restricții existente, avem variantele:

a) *dacă nu există restricții* atunci condiția necesară de optim este:

$$\frac{\partial H}{\partial u^k}(x_t, u_t, \psi_t, t) = 0, \quad k = \overline{1, m}, \quad t = \overline{0, T-1}$$

Rezolvând acest sistem de  $m$  ecuații cu  $m$  necunoscute  $u_t^1, \dots, u_t^m$  rezultă soluția:

$$\hat{u}_t^j = \varphi_j(x_t, \psi_t, t)$$

Pentru deciderea optimalității soluțiilor găsite se verifică condițiile de ordinul 2 pentru maxim, care se reduc la condiția ca matricea hessian să fie *negativ definită*, în punctul  $\hat{u}_t = \varphi(x_t, \psi_t, t)$ .

Dacă această condiție este verificată se trece la pasul 3. Dacă nu este verificată atunci problema nu este corect pusă și se reface analiza de sistem și formularea PCO.

b) *dacă există numai restricții de tip egalitate*

În acest caz, se construiește funcția Lagrange generalizată:

$$L(x_t, \psi_t, u_t, \lambda, t) = H(x_t, \psi_t, u_t, t) + \sum_i \lambda_i^j [h_i(x_t, u_t, t) - d_i(t)]$$

unde  $\lambda_i^1$  este multiplicatorul Lagrange generalizat atașat restricției  $i$  de tip egalitate.

Condițiile necesare de optim vor fi:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial u^k}(x_t, \psi_t, u_t, \lambda_t, t) = 0 & k = \overline{1, m} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda^i}(x_t, \psi_t, u_t, \lambda_t, t) = 0 & i = \overline{1, n} \end{cases}$$

unde  $n$  este numărul de restricții de tip egalitate. Se rezolvă acest sistem de  $(m + n)$  ecuații algebrice cu  $(m+n)$  necunoscute  $(u_t^1, \dots, u_t^m, \lambda_t^1, \dots, \lambda_t^n)$  și se obține soluția:

$$\hat{u}_t = \varphi(x_t, \psi_t, \hat{\lambda}_t)$$

unde  $\hat{\lambda}_t$  este soluția  $\hat{\lambda}_t^1, \dots, \hat{\lambda}_t^n$ .

Se verifică în final condiția de ordinul 2, pentru soluția găsită.

c) *dacă există restricții de tip inegalitate.* În acest caz se rezolvă problema de programare matematică:

$$\max_{u_t \in U} H(x_t, u_t, \psi_t, t)$$

unde  $U$  este dat de sistemul de restricții:

$$\begin{cases} h_j(x_t, u_t, t) \leq d_j(t), & j \in J_1 \\ h_j(x_t, u_t, t) = d_j(t), & j \in J_2 \end{cases}$$

și se obține soluția  $\hat{u}_t = \varphi(x_t, \psi_t, t)$

**Pasul 3)** Se rezolvă *sistemul canonic hamiltonian* (S.C.H.):

$$\begin{cases} x_{t+1} = f(x_t, \varphi(x_t, \psi_t), \psi_t, t), & x_0 - \text{dat} \\ \psi_{t-1} = \frac{\partial H}{\partial x}(x_t, \varphi(x_t, \psi_t), \psi_t, t), & \psi_{T-1} = \lambda_0 \frac{\partial g_0}{\partial x}(x_T) \end{cases}$$

ca un sistem cu  $2n$  ecuații cu diferențe finite și  $2n$  condiții la limită din care  $n$  condiții la limită inițiale ( $x_0 - \text{dat}$ ) și  $n$  condiții finale ( $\psi_T$ ).

Se obține traiectoria optimă:  $\{\tilde{x}_t\}_{t=1, \overline{T}}$ , "prețurile umbră":  $\{\tilde{\psi}_t\}_{t=0, \overline{T-1}}$  și, în final, strategia optimă:  $\{\tilde{u}_t\}_{t=0, \overline{T-1}} = \varphi(\tilde{x}_t, \tilde{\psi}_t, t)$ .

## ANEXA 4

### 1. DEACO

Programul DEACO a fost scris de autor în mediul MATLAB și este destinat măsurării eficienței întreprinderilor prin metoda DEA (Data Envelopment Analyse).

Pentru a porni programul este suficientă tastarea cuvântului *deaco* la consola mediului MATLAB, efectul fiind apariția ferestrei de întâmpinare a programului, care arată ca în figura 1.

Pentru rularea programului este necesară introducerea datelor referitoare la firmele de analizat, aceste date putând fi introduse în acest moment prin deschiderea din cadrul programului a unui fișier text sau excel sau prin utilizarea unor fișiere de acest tip constituite anterior. Pentru aceasta se utilizează succesiunea clasică de meniuri *File -> New* respectiv *File -> Open*, așa cum se poate vedea în figura 2.a.

Odată declarate datele ce vor fi folosite se trece la următorul pas, cel de alegere a tipului de model ce va fi utilizat pentru compararea firmelor în ceea ce privește eficiența acestora. Pentru aceasta se va utiliza meniul Setting (vezi figura 2.b).

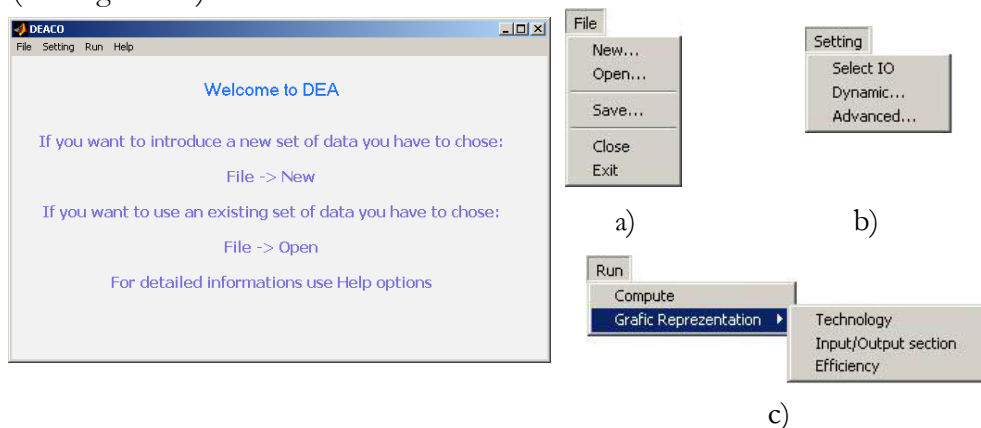


Figura 1

Figura 2

La selectarea submeniului „Select IO” fereastra programului va deveni ca în figura 3. Din acest ecran pot fi selectate acele inputuri și outputuri în funcție de care se va analiza eficiența întreprinderilor. În mod implicit sunt luate în considerare toate inputurile și toate outputurile. Pentru declararea opțiunii dorite trebuie apăsat butonul OK.

Odată alese inputurile și outputurile ce vor fi folosite se va trece la selectarea tipului de model ce va fi folosit. Opțiunile legate de această alegere devin vizibile prin selectarea submeniului *Dynamic...*, moment în care

fereastra programului va arăta ca în figura 4. Din acest ecran se poate stabili dacă va fi o analiză statică sau dinamică, dacă tehnologia poate fi considerată convexă sau nu, se decide ce fel de măsură a eficienței va fi folosită, ce ipoteză asupra revenirii la scală este presupusă cea mai potrivită pentru situația respectivă și care este direcția pe care se calculează eficiențele firmei.

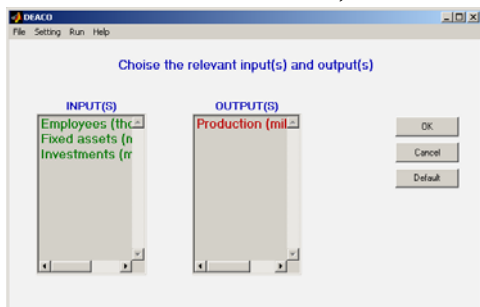


Figura 3

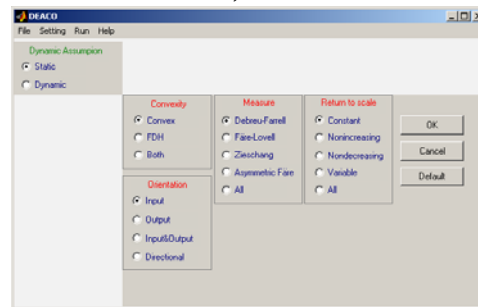


Figura 4

Dacă se dorește utilizarea unei direcții oarecare pentru măsurarea eficienței atunci se selectează radiobutonul din grupul *Orientation* din dreptul opțiunii *Direcțional*, moment în care ecranul se transformă în cel din figura 5, dând utilizatorului posibilitatea să-și aleagă coordonatele direcției dorite.

Dacă se dorește o analiză în dinamică a eficiențelor firmelor se va selecta radiobutonul din grupul *Dynamic Assumption*, moment în care ecranul se va transforma în cel din figura 6, dând posibilitatea utilizatorului de a-și alege numărul de perioade dorite și direcția pe care se măsoară eficiența.

Ca și la alegerea inputurilor și outputurilor declararea opțiunilor dorite se face prin apăsarea butonului OK.

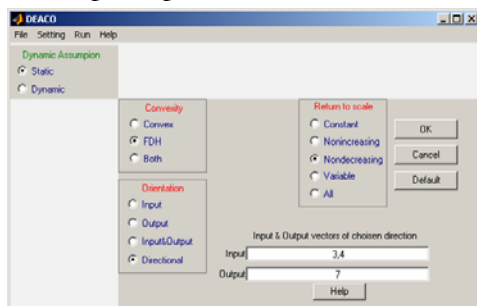


Figura 5

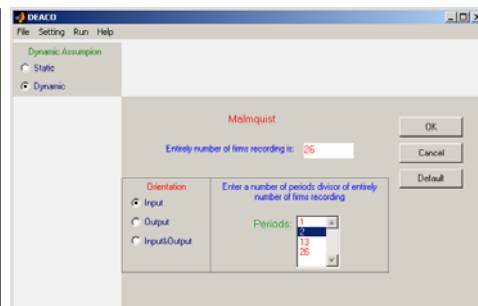


Figura 6

Valorile predefinite în acest caz sunt: analiză *statică*, tehnologie *convexă*, măsură *Debreu-Farell*, revenire la scală *constantă* și orientare *input*.

Din submeniul *Advanced* poate fi ales modul de rezolvare folosit pentru rezolvarea problemei. După selecția *Setting -> Advanced* ecranul va arăta ca în figura 7 și de aici se alege algoritmul care va fi folosit (simplex sau de punct interior), forma la care este adus modelul înainte de rezolvare (primal sau dual) și succesiunea efectuării calculelor.

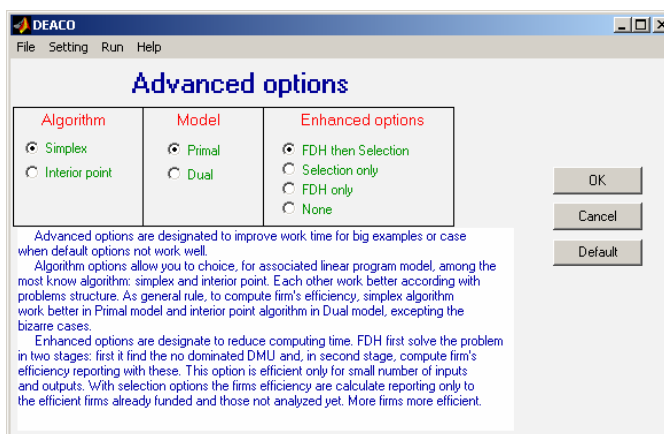


Figura 7

Detalii privind aceste alegeri pot fi găsite în textbox-ul din partea stângă-jos a ecranului.

După selectarea tuturor opțiunilor urmează să se calculeze eficiența fiecărei firme. Utilizatorul are la alegere două posibilități:

- a) obținerea valorilor algebrice ale acestora într-un fișier excel sau text;
- b) reprezentarea geometrică

Aceste opțiuni pot fi alese din meniul *Run* care conține două submeniuri: *Compute*, destinat obținerii rezultatelor algebrice și *Grafic reprezentation*, destinat reprezentării firmelor, tehnologice date de firme, secțiunilor input sau output în tehnologia rezultată și valorii eficiențelor firmelor.

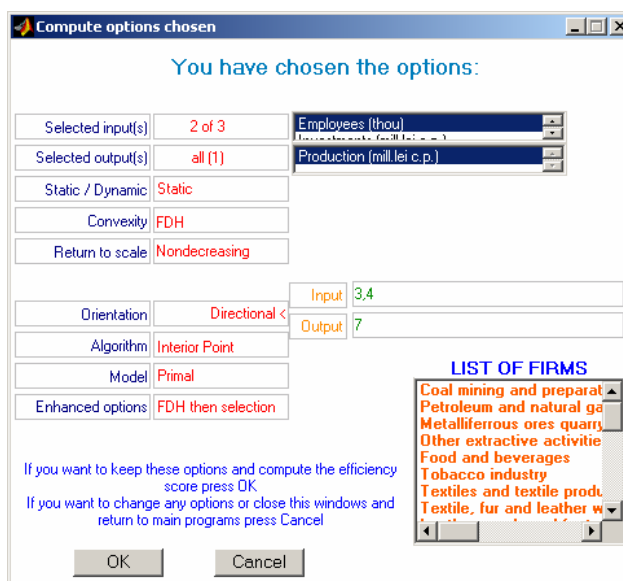


Figura 8

La alegerea opțiunii Compute se deschide fereastra din figura 8 unde puteți revedea opțiunile alese și la confirmarea acestora prin apăsarea butonului OK programul va calcula eficiențele dorite, va deschide fișierul excel care conține datele și va afișa rezultatele într-o nouă foaie de lucru, așa cum se vede în figura 9.

|    | A   | B           | C                                    | D             | E                 | F                 | G                | H            | I                  |
|----|-----|-------------|--------------------------------------|---------------|-------------------|-------------------|------------------|--------------|--------------------|
| 1  |     |             | Convex + Debreu-Farrel + CRS + Input |               |                   |                   |                  |              |                    |
| 2  | DMU | eff         | {S}Doctors(I)                        | {S}Nurses (I) | {S}Outpatients(O) | {S}Inpatients (O) | {proj}Doctors(I) | {proj}Nurses | Benchmarks         |
| 3  | A   | 1           | 0                                    | 0             | 0                 | 0                 | 20               | 151          | 1(1)               |
| 4  | B   | 1           | 0                                    | 0             | 0                 | 0                 | 19               | 131          | 1(2)               |
| 5  | C   | 0.882708333 | 1.217708333                          | 0             | 0                 | 0                 | 22.06770833      | 141.2333333  | 0.9(2) 0.138889(4) |
| 6  | D   | 1           | 0                                    | 0             | 0                 | 0                 | 27               | 168          | 1(4)               |
| 7  | E   | 0.763499482 | 0                                    | 0             | 0                 | 0                 | 16.79698861      | 120.6329182  | 0.579441(1)        |
| 8  | F   | 0.834771242 | 12.1124183                           | 0             | 0                 | 0                 | 45.9124183       | 212.8668667  | 0.2(2) 1.11111(4)  |
| 9  | G   | 0.901960784 | 0                                    | 3.349019608   | 0                 | 0                 | 29.76470588      | 211.9607843  | 0.258824(1)        |
| 10 | H   | 0.79633382  | 0                                    | 0             | 0                 | 0                 | 24.68634842      | 164.0447668  | 0.386692(1)        |
| 11 | I   | 0.960392157 | 0                                    | 27.20627451   | 0                 | 0                 | 28.81176471      | 234.3356863  | 0.647059(1)        |
| 12 | J   | 0.870646766 | 6.032338308                          | 0             | 0                 | 0                 | 43.53233831      | 233.3333333  | 1.38889(4)         |
| 13 | K   | 0.955098039 | 7.320196078                          | 0             | 0                 | 0                 | 50.62019608      | 292.26       | 0.86(1)            |
| 14 | L   | 0.958204334 | 0                                    | 12.6006192    | 0                 | 0                 | 36.41176471      | 272.130031   | 0.647059(1)        |

Figura 9

Reprezentarea grafică poate fi realizată doar pe modele cu cel mult trei inputuri și outputuri în total. Reprezentarea unui model cu un input și un output arată ca în figura 10, cazul convex în 10.a sau nonconvex în 10.b.

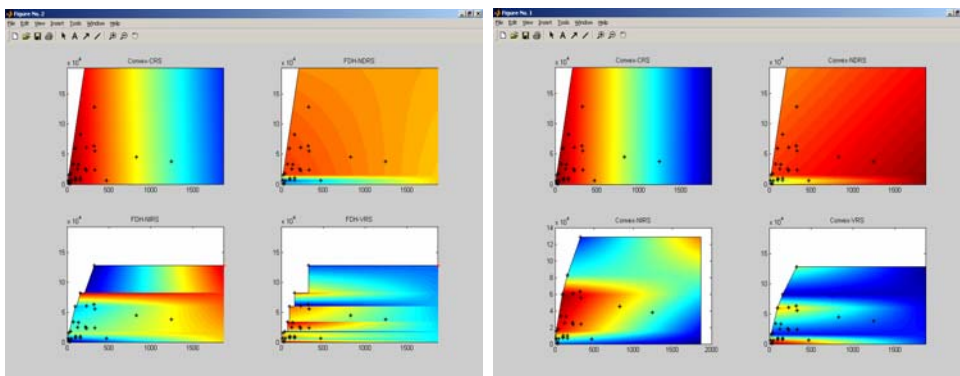


Figura 10

Reprezentarea unei tehnologii cu două inputuri și un output arată ca în figura 11, cazul în care se acceptă ipoteza de convexitate a tehnologiei fiind reprezentat în figura 11.a și cel în care nu se acceptă această ipoteză în figura 11.b, în fiecare din cele două figuri fiind reprezentată tehnologia pentru toate cele 4 variante de revenire a scalei de fabricație.

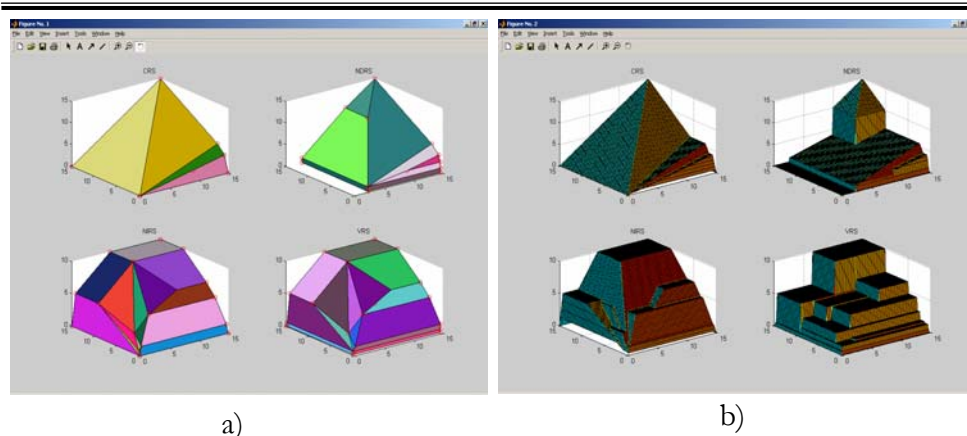


Figura 11

Reprezentarea unei tehnologii cu un input și două outputuri arată ca în figura 12, cazul în care se acceptă ipoteza de convexitate a tehnologiei fiind reprezentat în figura 12.a și cel în care nu se acceptă această ipoteză în figura 12.b, în fiecare din cele două figuri fiind reprezentată tehnologia pentru toate cele 4 variante de revenire a scalei de fabricație.

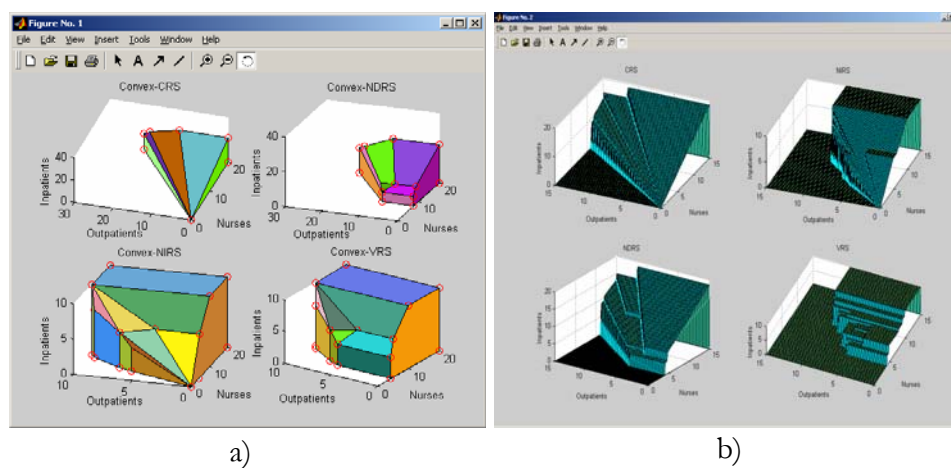


Figura 12

Dacă se dorește vizualizarea secțiunilor în tehnologia dată de firme pentru un input sau un output dat (altfel spus, dacă se dorește reprezentarea mulțimii de outputuri ce pot fi obținute cu un input dat sau mulțimea de inputuri cu care se poate obține un output dat poate fi folosit meniul *Run* ->

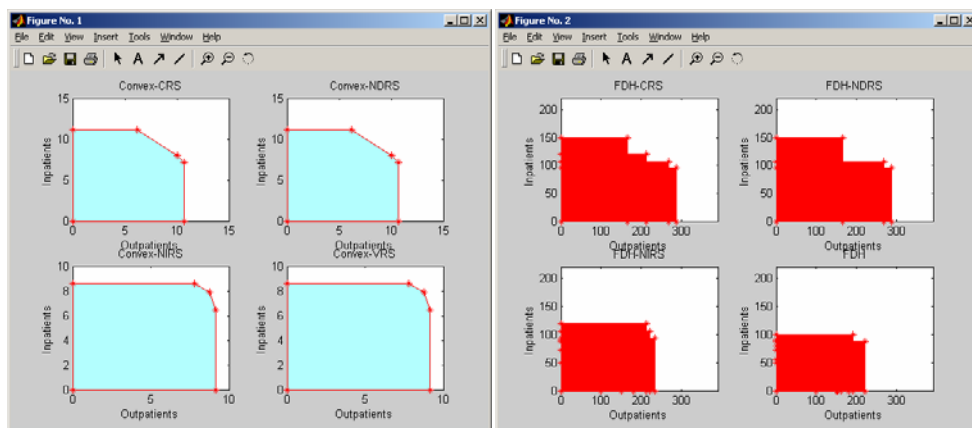


Grafic representation -> Input/ Output sections. După selectarea acestei opțiuni vi se va cere inputul sau outputul pentru care doriți secțiunea în tehnologie.

Reprezentarea poate fi făcută doar pentru o tehnologie cu un input și două outputuri, caz în care va fi reprezentată secțiunea pentru un input dat sau pentru o tehnologie cu două inputuri și un output, caz în care va fi reprezentată secțiunea pentru un output dat.

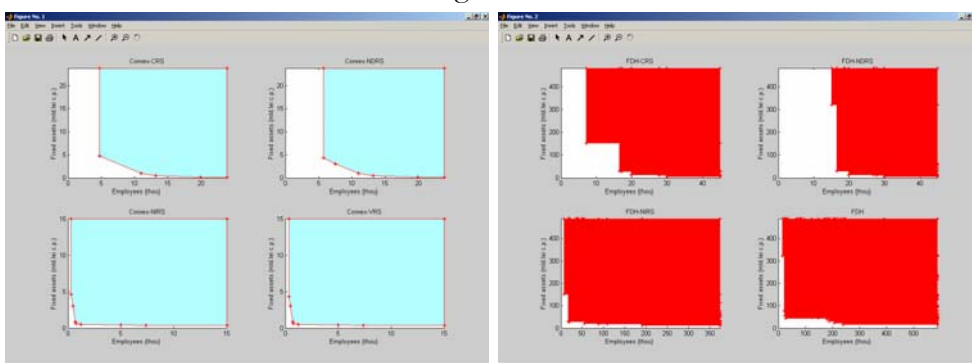
În primul caz secțiunea are forma din figura 13.a pentru o tehnologie convexă și forma din figura 13.b pentru o tehnologie non-convexă. De remarcat faptul că înfășurarea convexă a secțiunii în tehnologia non-convexă nu este în general tot una cu secțiunea în tehnologia convexă. Dacă pentru inputul ales nu poate fi obținut output va fi afișat un mesaj cu această informație.

În al doilea caz secțiunea are forma din figura 14.a pentru o tehnologie convexă și forma din figura 14.b pentru o tehnologie non-convexă. Și în acest caz înfășurarea convexă a secțiunii în tehnologia non-convexă nu este în general tot una cu secțiunea în tehnologia convexă. Dacă pentru outputul ales nu poate fi obținut output va fi afișat un mesaj cu această informație.



a) b)

Figura 13



a) b)

Figura 14

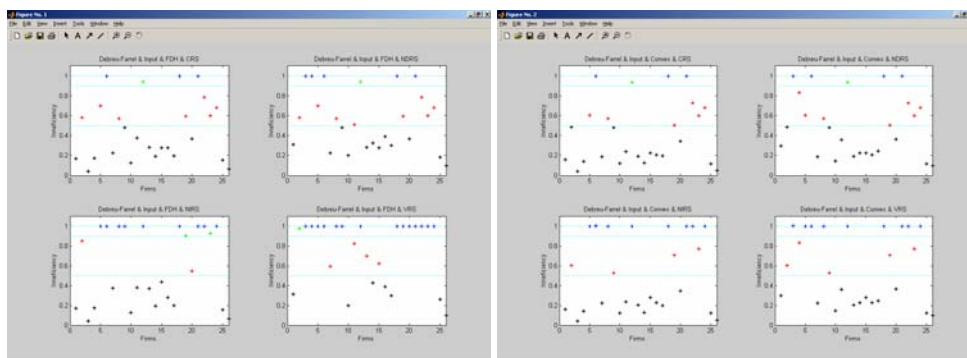
Ultima opțiune din meniul destinat reprezentărilor grafice este destinată reprezentării valorii eficiențelor firmelor. În această reprezentare vom desena într-un grafic 2D, în care pe abscisă sunt trecute în ordine alfabetică numele firmelor iar pe ordonată se măsoară eficiența acestora. În figura 15 poate fi văzută reprezentarea grafică pentru câteva cazuri posibile:

- Măsura Debreu-Farrell – orientare input – tehnologie non-convexă - 15.a);
- Măsura Debreu-Farrell – orientare input – tehnologie convexă - 15.b);
- Măsura Debreu-Farrell – orientare output – tehnologie non-convexă - 15.c);
- Măsura Debreu-Farrell – orientare output – tehnologie convexă - 15.d).

În cele 4 reprezentări se observă de asemenea că firmele vor fi grupate în 4 categorii prin colorarea diferită a punctelor corespunzătoare firmelor, în funcție de eficiența acestora astfel:

- firmele ineficiente (eficiența mai mică sau egală cu 0,5) cu culoare neagră;
- firmele aproape eficiente (eficiența cuprinsă între 0,5 și 0,9) cu culoare roșie;
- firmele eficiente (eficiența peste 0,9 dar diferită de 1) cu culoare verde;
- firmele lider (eficiența egală cu 1) cu culoare albastră;

În toate reprezentările a fost folosit un set de date referitor la 26 de ramuri industriale din România pe intervalul 1990 - 2000, din aceste reprezentări rezultând că cea mai mare eficiență corespunde industriei tutunului, industriei și industriei .



a)

b)

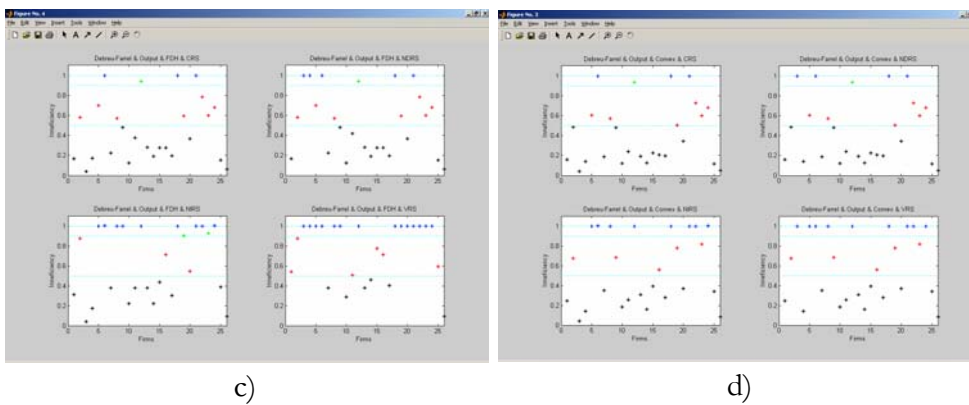


Figura 15

## 2. Modele dinamice

Pentru găsirea evoluției optime a indicatorilor firmei în cazul discret au fost scrise (de asemenea în mediul MATLAB) o serie de programe:

1. **regresom.m** – destinat regresiei multiple fără termen liber folosită pentru identificare coeficienților  $q$ ,  $\alpha$  și  $\beta$  care dau funcția de producție în modelul vanhill respective modelul autorului;
2. **solin.m** – destinat găsirii comenzilor în cazul modelului autorului;
3. **solin2.m** – destinat generării comenzilor în cazul modelului van Hill, Ludwig și Lesourne-Leban;
4. **ludwig.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție perfectă pentru modelul Ludwig;
5. **vanhill.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție perfectă pentru modelul van Hill;
6. **vanhillnew.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție perfectă pentru modelul autorului;
7. **lesournel.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție perfectă pentru modelul Lesourne-Leban;
8. **ludwig\_cimp.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție imperfectă pentru modelul Ludwig;
9. **vanhill\_cimp.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție imperfectă pentru modelul van Hill;
10. **vanhillnew\_cimp.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție imperfectă pentru modelul autorului;
11. **lesournel\_cimp.m** – destinat găsirii soluției optime în cazul discret și competiție imperfectă pentru modelul Lesourne-Leban;
12. **model.m** – colecția programelor destinate modelelor de mai sus și interfața grafică.

Mai jos este listat programul **vanhillnew.m**:

```

function [TR,C,opt,er]=vanhillnew(alfa,beta,f,i,a,b,r,k,gama,p,KC0,KF0,Y0,Imax,Dmax,epsilon,T,N)
A=[f+(1-f)*p*beta,f*a+(1-f)*p*alfa,-(1-f)*r;0,1-a,0;0,0,1-b];
B=[-1,0,-1;1,0,0;0,1,0];
R=[0,-1,0;-gama,1,0;1,0,0;0,0,-1;0,0,1;B(3,:)-k*(B(1,:)+B(2,:))-B(1,:)];
TR=[];
C=[];
opt=0;
Id=[];
er=0;
for t=1:T
    Id=[Id,1/(1+i)^t];
end
for n=1:N
    try
        TRn=[KC0,KF0,Y0]';
        Cn=[];
        optn=0;
        for t=1:T
            v=[0;0;Imax;0;Dmax;(k*(A(1,:)+A(2,:))-A(3,:))*TRn(:,t);A(1,:)*TRn(:,t)];
            Ct=solin(R,v);
            Cn=[Cn,Ct];
            TRt=A*TRn(:,t)+B*Ct;
            TRn=[TRn,TRt];
        end
        optn=Cn(3,:)*Id'+(TRn(1,T+1)+TRn(2,T+1))/(1+i)^T;
        if(optn>opt)
            TR=TRn;
            C=Cn;
            opt=optn;
        end
    catch
        er=er+1;
    end
end
if(er<N)
    KC=figure(1);
    plot([0:T],TR(1,:),'or-');
    title('KC=red');
    saveas(KC,'doctorat\unmil\KC.fig');
    KF=figure(3);
    plot([0:T],TR(2,:),'og-');
    title('KF=green');
    saveas(KF,'doctorat\unmil\KF.fig');
    Y=figure(4);
    plot([0:T],TR(3,:),'ob-');
    title('Y=blue');
    saveas(Y,'doctorat\unmil\Y.fig');
    IFD=figure(2);
    plot([1:T],C(1,:),'or-',[1:T],C(2,:),'og-',[1:T],C(3,:),'ob-');
    title('IF=red - F=green - D=blue');
    saveas(IFD,'doctorat\unmil\IFD.fig');
end

```

---

### 3. Alte softuri utilizate

Pentru rezolvarea ecuațiilor și sistemelor de ecuații diferențiale din cazul continuu a fost utilizat programul **Scientific Work Place**.

Pentru reprezentările grafice din cazul continuu a fost utilizat **MS Excel**.

Pentru sortarea și prelucrarea datelor a fost utilizat mediul de programare **C#** din cadrul **Microsoft Visual Studio .Net** în combinație cu serverul de baze de date **MySQL**.

Pentru compararea rezultatelor obținute prin programul de calculare a coeficienților de regresie din **MATLAB** s-a utilizat pachetul **STATISTICA**.

Pentru editarea textelor s-a folosit editorul de text **MS WORD**.

Pentru unele din figurile din lucrare s-a folosit **Corel Draw**.

---

